DIYALA JOURNAL FOR PURE SCIENCES

اختيار القيمة الامثل لمعلمة التقلص (K) لطريقة Shrinkage لبيانات مراقبة هجينة من النوع الثاني

م. احمد ذياب احمد و أ.م.د. دجلة ابراهيم مهدي

قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد

المستخلص

تعرف بيانات المراقبة الهجينة على انها الخلط مابين بيانات المراقبة من النوع الاول وبيانات المراقبة من النوع الثاني. في هذا البحث تم استخدام طريقة الامكان الاعظم وطريقة التقلص عند اخذ قيم مختلفة لمعلمة التقلص K والمقارنة بين الطريقتين كانت باستخدام المحاكاة وتحديد القيمة الامثل لمعلمة التقلص ومن ثم تطبيق ذلك على بيانات تجربة حقيقية ومؤشر المقارنة هو متوسط مربعات الخطأ وفي حالة كون البيانات تتوزع توزيع Burr-XII بثلاث معلمات.

Keyword: توزيع بر-12, طريقة الامكان الاعظم, طريقة التقلص, بيانات مراقبة هجينة من النوع الثاني

المقدمة

يقصد ببيانات المراقبة Censored Data [13,8,6,2] هو اما ان نقوم بمراقبة وحدات العينة خلال فترة زمنية محددة مسبقا او ان نراقب عدد معين من هذه الوحدات المحددة مسبقا وذلك اختصارا للجهد والوقت وايضا لتقليل كلفة الاختبار وللمحافظة على الاجهزة من العطلات, وبيانات المراقبة تكون اما من النوع الاول (type-I censored data) او من النوع الثاني (type-II censored data) وهناك نوع اخر يسمى بيانات مراقبة هجينة ويقصد به الخلط مابين بيانات المراقبة من النوع الاول وبيانات المراقبة من النوع الثاني, واول من عرفها هو Epstein [11,10], ولكن حديثا اصبحت شائعة في المعولية reliability وتجارب اختبارات الحياة life testing experiments [16]. وهناك نوعين من بيانات المراقبة الهجينة هما بيانات مراقبة هجينة من النوع الاول Type –I Hybrid Censored Data [9] ويمكن وصفها كلاتي: نضع n من الوحدات بحيث تكون identical على اختبار, ونوقف التجربة عند الزمن العشوائي T^* اذ ان $T^*=\min(X_{R,n},T)$ وان $1\le R\le n$ و $T\in(0,\infty)$ وان R وT يكونان محددين مسبقا (ثوابت), من مواصفات هذا النوع من البيانات ان عدد المشاهدات الفاشلة تكون على الاقل واحد وربما يكون قليل جدا من المشاهدات الفاشلة تحدث الى الزمن الثابت T كما ان كفاءة المقدر (s) ربما تكون قليلة جدا. اما النوع الثاني فيعرف ببيانات مراقبة هجينة من النوع الثاني [9] Type –II Hybrid Censored Data ويمكن وصفها كلاتي: نضع n من الوحدات بحيث تكون identical على اختبار, ونوقف التجربة عند الزمن العشوائي T^* اذ ان $T^*=\max(X_{R,n},T)$ وان $1\le R\le n$ و $T\in(0,\infty)$

وان R وT يكونان محددين مسبقا (ثوابت), من مواصفات هذا النوع من البيانات ان عدد المشاهدات الفاشلة تكون على الاقل R وكفاءة المقدر (s) تكون افضل من كفاءة المقدر (s) في حالة بيانات المراقبة الهجينة من النوع الاول.

سيكون تطبيق بحثنا على توزيع Burr من النوع الثاني عشر حيث ان في عام 1942 استعمل العالم Irving. W. Burr توزيع Burr-XII وهو من التوزيعات المستمرة وممكن ان يتخذ اشكال متنوعة, وكذلك يمكن ان يكون انموذج ملائم للوصف البيولوجي (الاحيائي) biological, والسريري Clinical او بيانات تجارب اخر other experiments data ويطبق ايضا في مجال السيطرة النوعية Quality control, دراسة المعولية Reliability studies وبقاء وفشل نماذج الزمن Duration and failure time modeling [10].

ان دالة الكثافة الاحتمالية Probability density function(P.d.f) لتوزيع Burr-XII ذي المعلمات الثلاثة يمكن الحصول عليها من خلال دمج دالة الكثافة الاحتمالية (P.d.f) لتوزيع Weibull مع دالة الكثافة الاحتمالية (P.d.f) لتوزيع Gamma وحسب فكرة الباحث Takahasi [19].

قام الباحث بتغير دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاما Gamma ومن ثم دمجها مع دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل Weibull عندئذ تم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Burr-XII ذي المعلمات الثلاثة وكلاتي:

اذا كان

x/θ ~ Weibull (θ,α)

θ ~ gamma(γ,λ)

$$f(x\mid\alpha,\gamma,\lambda)=\int_0^\infty\left[\theta\alpha\, x^{\alpha-1}e^{-\theta x^{\alpha}}\right]\left[\frac{\lambda^{\gamma}}{\Gamma(\gamma)}\theta^{\gamma-1}e^{-\lambda\theta}\right]d\theta \quad \ldots\ldots (1)$$

$$f(x\mid\alpha,\gamma,\lambda)=\frac{\gamma\alpha}{\lambda}x^{\alpha-1}\left(1+\left(\frac{x^{\alpha}}{\lambda}\right)\right)^{-\gamma-1} \qquad x\succ 0 \quad \ldots\ldots (2)$$

وهي تمثل توزيع Burr-XII ذي المعلمات الثلاثة (α,γ,λ)

اذ ان:

α: معلمة الشكل shape parameter , $\alpha\succ 0$

γ : معلمة الشكل shape parameter , $\gamma \succ 0$

λ : معلمة القياس scale parameter , $\lambda \succ 0$

وان دالة التوزيع التراكمي Cumulative distribution function (c.d.f) تكون بالشكل الاتي:

$$F(x \mid \alpha,\gamma,\lambda) = 1 - \left(1 + \frac{x^{\alpha}}{\lambda}\right)^{-\gamma} \qquad x \succ 0 \quad \ldots\ldots\ (3)$$

هدف البحث

هدف البحث هو اختيار القيمة الامثل لمعلمة التقلص (K) والتي تحقق اقل متوسط مربعات خطأ لطريقة التقلص Shrinkage Method والمقارنة مع طريقة الامكان الاعظم لتقدير المعلمات الثلاثة لتوزيع Burr-XII في حالة بيانات مراقبة هجينة من النوع الثاني باستخدام اسلوب المحاكاة, كما سوف يتم تطبيق الجانب النظري على بيانات تجربة السيطرة النوعية لافضل طريقة تم االوصول اليها باسلوب المحاكاة لتقدير المعلمات الثلاثة لتوزيع Burr-XII.

تقدير المعلمات

على فرض X متغير عشوائي يتوزع Burr-XII بثلاثة معلمات (α,γ,λ), ولوصف البيانات المتاحة تحت مخطط المراقبة الهجين من النوع الثاني وان R و T معلومة, عند ذلك سنلاحظ ثلاث انواع من المشاهدات توصف بالحالات (Cases) الاتية:

$$Case\ 1: \{x_{1:n} < \cdots < x_{R:n}\} \ if \ \ x_{R:n} > T$$

$$Case\ 2: \{x_{1:n} < \cdots < x_{R:n} < x_{R+1:n} < \cdots < x_{m:n} < T < x_{m+1:n}\} \ if \ \ R \le m < n , \qquad x_{m:n} < T < x_{m+1:n}$$

$$Case\ 3: \{x_{1:n} < \cdots < x_{n:n} < T\}$$

في *Case2* لانشاهد $x_{m+1:n}$ ولكن $x_{m:n} < T < x_{m+1:n}$ وهذا يعني ان *m* من الفشل تكون قبل الزمن *T* ولا يوجد فشل بين الزمن *T* و $x_{m:n}$.

ولتقدير معلمات توزيع Burr Type XII في حالة بيانات المراقبة الهجينة من النوع الثاني فان هناك عدة طرائق للتقدير منها:

طريقة الامكان الاعظم [18,17,14, 7]:

Maximum Likelihood Method (MLM)

تعد طريقة الامكان الاعظم من طرائق التقدير المهمة لانها تحتوي على مجموعة من الخصائص الجيدة منها انها غير متحيزة عندما يكون حجم العينة كبيرا وتكون كافية وكذلك تمتلك اقل تباين ممكن بالاضافة الى خاصية عدم التغاير Invariant وتهدف الى جعل دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية اعظم مايمكن وتعرف دالة الامكان,

لتكن $t_1, t_2, \dots\ t_n$ تمثل قياسات عينة عشوائية بحجم n مسحوبة من مجتمع بدالة كثافة احتمالية $f(t,\theta)$ عندئذ تعرف دالة الامكان الاعظم لقياسات العينة بانها التوزيع المشترك لتلك القياسات ويرمز لدالة الامكان الاعظم بالرمز L وصيغتها العامة هي:

$$L = f(t_1, t_2, \dots\ t_n, \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i\,, \theta) \qquad \dots\dots\dots (4)$$

ان تقديرات الامكان الاعظم (MLE) للمعلمات غير المعلومة تكون كلاتي:

بالنسبة للحالة الاولى (case 1):

$$L(\alpha,\gamma,\lambda) = \left(\frac{\alpha\gamma}{\lambda}\right)^{R} \prod_{i=1}^{R} x_{i:n}^{\alpha-1} \prod_{i=1}^{R} \left(1+\frac{x_{i:n}^{\alpha}}{\lambda}\right)^{-(\gamma+1)} \left(1+\frac{x_{R:n}^{\alpha}}{\lambda}\right)^{-\gamma(n-R)} \qquad \dots\dots\dots (5)$$

وللحالة الثانية (case 2):

$$L(\alpha,\gamma,\lambda) = \left(\frac{\alpha\gamma}{\lambda}\right)^{m} \prod_{i=1}^{m} x_{i:n}^{\alpha-1} \prod_{i=1}^{m} \left(1+\frac{x_{i:n}^{\alpha}}{\lambda}\right)^{-(\gamma+1)} \left(1+\frac{T^{\alpha}}{\lambda}\right)^{-\gamma(n-m)} \qquad \dots\dots (6)$$

اما الحالة الثالثة (case 3):

$$L(\alpha,\gamma,\lambda) = \left(\frac{\alpha\gamma}{\lambda}\right)^{n} \prod_{i=1}^{n} x_{i:n}^{\alpha-1} \prod_{i=1}^{n} \left(1+\frac{x_{i:n}^{\alpha}}{\lambda}\right)^{-(\gamma+1)} \qquad \dots\dots\dots (7)$$

لذلك فالخوارزمية التي تجمع الحالات اعلاه يمكن كتابتها بالشكل الاتي:

$$Ln\,L(\alpha,\gamma,\lambda) = D\ln\alpha + D\ln\gamma - D\ln\lambda + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{D}\ln x_{i:n} - (\gamma+1)\sum_{i=1}^{D}\ln(1+\frac{x_{i:n}^{\alpha}}{\lambda}) - \gamma(n-D)\ln(1+\frac{z^{\alpha}}{\lambda}) \quad \ldots\ldots (8)$$

اذ ان D تمثل عدد الوحدات التي تفشل وان

$$z = \begin{cases} T & if\ D \succ R \\ x_{R:n} & if\ D = R \end{cases}$$

وباخذ المشتقة الجزئية الاولى للصيغة (8) بالنسبة للـ α,γ,λ ومساواتها الى الصفر نحصل على

$$\frac{\partial LnL}{\partial\gamma} = \frac{D}{\hat{\gamma}} - \sum_{i=1}^{D}\ln(1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}) - (n-D)\ln(1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

$$\frac{\partial LnL}{\partial\alpha} = \frac{D}{\hat{\alpha}} + \sum_{i=1}^{D}\ln x_{i:n} - (\hat{\gamma}+1)\sum_{i=1}^{D}\frac{\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\ln x_{i:n}}{1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}} - \hat{\gamma}(n-D)\frac{\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\ln z}{1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}} = 0 \quad \ldots\ldots. (10)$$

$$-\frac{\partial LnL}{\partial\lambda} = -\frac{D}{\hat{\lambda}} + (\hat{\gamma}+1)\sum_{i=1}^{D}\frac{\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^{2}}}{1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}} + \hat{\gamma}(n-D)\frac{\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^{2}}}{1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

ومن الصيغة (9) نحصل على تقدير للمعلمة γ وكمايلي:

$$\hat{\gamma} = \frac{D}{\ln\left[\left(1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)^{n-D}\prod_{i=1}^{D}\left(1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)\right]} \quad \ldots.. (12)$$

ومن الصيغة (10) نحصل على تقدير α وكمايلي:

$$u(\hat{\alpha}) = \frac{D}{\left[[\hat{\gamma}(n-D)] \dfrac{\dfrac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}} \ln z}{1+\dfrac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}} + (\hat{\gamma}+1) \sum_{i=1}^{D} \dfrac{\dfrac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}} \ln x_{i:n}}{1+\dfrac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}} - \sum_{i=1}^{D} \ln x_{i:n} \right]} \quad \ldots\ldots. (13)$$

ومن الصيغة (11) نحصل على تقدير λ وكمايلي:

$$u(\hat{\lambda}) = \frac{D}{\left[[\hat{\gamma}(n-D)] \dfrac{\dfrac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^2}}{1+\dfrac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}} + (\hat{\gamma}+1) \sum_{i=1}^{D} \dfrac{\dfrac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^2}}{1+\dfrac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}} \right]} \quad \ldots\ldots.. (14)$$

ولحل المعادلات اعلاه سنستخدم الخوارزمية المقترحة الاتية:

<u>مقترح خوارزمية:</u>

بسب تعقد المعادلات واسلوب حلها اقترح الباحث خوارزمية لتقدير المعلمات الثلاثة لتوزيع Burr-XII في حالة بيانات المراقبة الهجينة من النوع الثاني اذ تعتمد اولا هذه الخوارزمية على قيم اولية للمعلمات ثم حساب تقدير هذه المعلمات باستخدام اسلوب التكرار (Iteration) لكل معادلة تقدير لهذه المعلمات ونتوقف عن عملية التقدير عند تحقق شروط التقدير المبينة في الخوارزمية, واذا لم تتحقق هذه الشروط فان (Loop) اخر يتم تكراره مرة اخرى وهكذا نستمر بعملية التقدير للمعلمات.

ان هذه الخوارزمية تختلف عن اسلوب حساب تقدير المعلمات لتوزيع Burr-XII ذي المعلمتين في حالة بيانات المراقبة الهجينة من النوع الثاني والمستخدمة من قبل Kundu and Gupta [16] واللذان يفترضان قيمة اولية لاحدى المعلمات ويتم تقدير الاخرى بالتكرار.

وفيما يلي خطوات الخوارزمية المقترحة لتقدير المعلمات الثلاثة لتوزيع Burr-XII في حالة بيانات المراقبة الهجينة من النوع الثاني وكلاتي:

خطوة 1: نضع قيم افتراضية $\alpha_{(0)}$, $\gamma_{(0)}$ و $\lambda_{(0)}$ ثم نحسب تقدير $\alpha_{(1)}$ من المعادلة(13).

خطوة 2: نكرر الخطوة (1) لايجاد قيمة $\alpha_{(2)} = u\left(\alpha_{(1)}\right)$ وهكذا نستمر بالتكرار ونتوقف عندما يتحقق لدينا $\left|\alpha_{(i+1)} - \alpha_{(i)}\right| \prec \varepsilon$ اذ ان (ε) قيمة صغيرة جدا.

خطوة 3: نعوض قيمة $\alpha_{(i+1)}$ المقدرة من الخطوة (2) وكذلك قيمة $\gamma_{(0)}$ و $\lambda_{(0)}$ في المعادلة (14) لايجاد قيمة $\lambda_{(1)} = u\left(\lambda_{(0)}\right)$.

خطوة 4: نكرر الخطوة (3) لايجاد قيمة $\lambda_{(2)} = u\left(\lambda_{(1)}\right)$ وهكذا نستمر بالتكرار ونتوقف عندما يتحقق لدينا $\left|\lambda_{(i+1)} - \lambda_{(i)}\right| \prec \varepsilon$ اذ ان (ε) قيمة صغيرة جدا.

خطوة 5: نعوض قيمة $\alpha_{(i+1)}$ و $\lambda_{(i+1)}$ المقدرتين من الخطوة (2) و (4) على التوالي في المعادلة (9) لايجاد قيمة $\gamma_{(1)}$.

وبذلك نحصل على تقديرات الامكان الاعظم للمعلمات α, γ, λ .

اما للحصول على مصفوفة التباين والتباين المشترك (variance-covariance matrix) للمعلمات ($\hat{\alpha}, \hat{\gamma}, \hat{\lambda}$) يكون باخذ مقلوب عناصر مصفوفة المعلومات لفشر (Fisher information matrix) مع اخذ سالب التوقع للمشتقة الثانية للمعادلات (9) , (10) و (11) وكما يلي:

$$I_1\left(\hat{\alpha}, \hat{\gamma}, \hat{\lambda}\right) = -\begin{bmatrix} E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\alpha}^2} & E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\alpha}\partial \hat{\gamma}} & E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\alpha}\partial \hat{\lambda}} \\ E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\alpha}\partial \hat{\gamma}} & E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\gamma}^2} & E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\gamma}\partial \hat{\lambda}} \\ E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\alpha}\partial \hat{\lambda}} & E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\gamma}\partial \hat{\lambda}} & E\dfrac{\partial^2 LnL}{\partial \hat{\lambda}^2} \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots. (15)$$

$$\hat{V}_1\left(\hat{\alpha}, \hat{\gamma}, \hat{\lambda}\right) = I_1\left(\hat{\alpha}, \hat{\gamma}, \hat{\lambda}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{V}^2(\hat{\alpha}) & \hat{V}(\hat{\alpha}, \hat{\gamma}) & \hat{V}(\hat{\alpha}, \hat{\lambda}) \\ \hat{V}(\hat{\alpha}, \hat{\gamma}) & \hat{V}^2(\hat{\gamma}) & \hat{V}(\hat{\gamma}, \hat{\lambda}) \\ \hat{V}(\hat{\alpha}, \hat{\lambda}) & \hat{V}(\hat{\gamma}, \hat{\lambda}) & \hat{V}^2(\hat{\lambda}) \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots (16)$$

اما عناصر مصفوفة المعلومات لفشر فيمكن الرجوع اليها بالملحق (A).

طريقة بيز: Bayesian Method

تعتمد هذه الطريقة على افتراض أن المعلمة المطلوب تقديرها (تكون متغيراً عشوائياً) يمكن صياغتها على شكل دالة تسمى دالة الكثافة الاحتمالية الاولية (Prior p.d.f)، وهي الدالة التي تعبر عن درجة معرفتنا بالمعلمة (مثل θ) [5], ان هذا الاسلوب في التقدير يكون بالاعتماد على المعلومات الأولية المتوافرة عن المعلمة المجهولة مضافا اليها المعلومات المشتقة من مشاهدات العينة.

ان مقدر بيز يعتمد على دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة (posterior p.d.f) وهي دالة تضم معلومات سابقة ومعلومات العينة المشاهدة, وتعرف دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة للمعلمة (θ) بالدالة الشرطية لمجال المعلمة (θ) بوجود معلومات العينة الحالية [5].

ولغرض توضيح أسلوب بيز في التقدير بشكل عام سنفرض أن المعلمات المطلوب تقديرها ملخصة في متجه المعلمات $(\underline{\theta})$ التي تشمل (α,γ,λ), وان دالة الخسارة (Loss Function) هي مقياس لمقدار الخسارة الناتجة من اتخاذ قرار يعتمد على $(\hat{\theta})$ بينما القرار الواجب اتخاذه يعتمد على (θ) والتي تحقق الشرطيين الآتيين :

$$1.L(\hat{\theta},\theta)\geq 0 \qquad , \quad \forall\hat{\theta}$$

$$2.L(\hat{\theta},\theta)=0 \qquad , \quad for\ some\ \ \hat{\theta}=\theta$$

ومن الدوال التي يمكن من خلالها الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية الاولية هي دالة الكثافة الاحتمالية الأولية غير المعلوماتية والتي تستخدم في حالة عدم توفر معلومات كافية عن المعلمات المطلوب تقديرها، فمن الأفضل اتباع أسلوب الباحث (Jeffry) والمتضمن قاعدتين لاختيار الدالة الاولية للمعلمات المجهولة, وهما :

القاعدة الأولى :

إذا كانت المعلمة (θ) المراد تقديرها لها قيمة في مجال لانهائي $(-\infty,\infty)$ ، فتوزيعها الاحتمالي الاولي يؤخذ كتوزيع منتظم اي ان:

$$g(\theta)\,d\theta \propto d\theta \qquad , \quad -\infty<\theta<\infty$$

$$g(\theta) \propto cons \tan t$$

القاعدة الثانية :

إذا كانت المعلمة (θ) المراد تقديرها لها قيمة في مجال غير سالب $(0,\infty)$, فتوزيعها الاحتمالي الاولي يؤخذ كتوزيع لوغاريتمي منتظم اي ان:

$$g(\theta)\,d\theta \propto d\theta$$

$$\theta = Ln(\theta') \Rightarrow d\theta = \frac{1}{\theta'}\,d\theta'$$

$$g(\theta') \propto \left(\frac{1}{\theta'}\right) \qquad ,0 < \theta' < \infty$$

إذ إن (θ') هي المعلمة المجهولة التي تمتلك قيمة في مجال موجب .

إن الدالة الاولية التي نحصل عليها عن طريق أسلوب الباحث (Jeffry) تعد دالة غير ملائمة (Improper)، وذلك لان تكامل الدالة على مجالها لا يساوي الواحد, ولكن هذه الدالة عندما تدمج مع دالة الإمكان لمشاهدات العينة نحصل على دالة ملائمة لتقدير المعلمات المجهولة ، فالمعلمات المجهولة (α,γ,λ) في دالة توزيع Burr-XII ذي الثلاثة معلمات وعندما لا تتوافر معلومات كافية عن هذه المعلمات نلجأ الى اتباع أسلوب الباحث (Jeffry) في تحديد دالة الكثافة الاحتمالية الأولية لهذه المعلمات وبشكل مستقل لكل معلمة عن الأخرى.

وفي ضوء ماتقدم, سنستخدم طريقة التقلص لتقدير بيز للمعلمات غير المعلومة وبالشكل الاتي:

طريقة التقلص[1,3,15]: Shrinkage Estimations Method

تعد مقدرات التقلص من المقدرات البيزية والتي تعتمد على افتراض ان المعلمات المجهولة والمطلوب تقديرها هي متغيرات عشوائية لاي توزيع معين, كما انها تعتمد على معلمة التقلص K وعلى مجال القبول R . ومعلمة التقلص

تعني مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الاولية, ولعدم وجود صيغة موحدة لاختيار قيمة K لذلك فان كل باحث استطاع أن يحدد صيغة وفقا لقواعد يعتقد أنها كافية.

اذن عند توفر معلومات اولية θ_0 للمعلمة θ مضاف لها قيمة تقديرية $\hat{\theta}$ وبالاعتماد على معلمة التقلص K ومن دمج المركبتين يتكون التقدير المقلص للمعلمة θ . ان المقدر الذي أقترحه (Thompson) [12]. لمقدرات التقلص يكون بالصيغة الأتية:

$$\hat{\theta}_{sh} = K\hat{\theta} + (1-K)\theta_0 \qquad 0 \le K \le 1$$

إذ ان :

$\hat{\theta}$: هو مقدر أولي غير متحيز.

θ_0 : المعلومات الاولية عن المعلمة θ.

قد يرافق المقدر اعلاه خطأ (وهو ابتعاد قيمة θ_0 عن القيمة الحقيقية للمعلمة θ) لذلك يجب أن تكون θ_0 ضمن المجال للاختبار الأولي للفرضية الآتية :

$$\begin{aligned} & H_0 : \theta = \theta_0 \\ VS \quad & H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{aligned}$$

ان مبدأ التقلص للتقدير باتجاه القيمة الاولية θ_0 او العكس هو يعتمد على قيمة K اذ كلما زادت الثقة بالقيمة الاولية θ_0 يجب اعطاء وزن (1-K) اكبر الى θ_0 , وبما أن K كمية ثابتة و تقع قيمتها بين الصفر والواحد الصحيح لذلك من الممكن اشتقاق k التي تجعل متوسط مربعات الخطأ (MSE) أقل ما يمكن للمقدر $\hat{\theta}_{sh}$ بالاعتماد على المقدر غير المتحيز $\hat{\theta}$:[4]

$$MSE(\hat{\theta}_{sh}) = E(\hat{\theta}_{sh} - \theta)^2$$

$$= E[K\hat{\theta} + (1-K)\theta_0 - \theta]^2$$

وباشتقاق المعادلة أعلاه بالنسبة الى K ومساواتها الى الصفر نحصل على :

$$K = (\theta_0 - \theta)^2 / [MSE(\hat{\theta}) + (\theta_0 - \theta)^2] \quad .... (17)$$

ولتقدير المعلمات الثلاثة لتوزيع Burr-XII باستخدام طريقة التقلص ، نتبع الاتي :

$$\hat{\alpha}_{sh} = K_1\hat{\alpha} + (1-K_1)\alpha_0 \quad ...... (18)$$

$$\hat{\gamma}_{sh} = K_2\hat{\gamma} + (1-K_2)\gamma_0 \quad .... (19)$$

$$\hat{\lambda}_{sh} = K_3\hat{\lambda} + (1-K_3)\lambda_0 \quad .... (20)$$

مقترح اختيار قيمة معلمة التقلص K:

بما ان قيمة معلمة التقلص (K) تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح لذلك اقترح الباحث اسلوبا معينا يتضمن اخذ قيم مختلفة لمعلمة التقلص والتي يمكن التعبير عنها بالمتجة الاتي:

K = [0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9]

ومن ثم يتم افتراض قيم مختلفة للـ (θ_0) والتي تمثل المعلومات الاولية عن المعلمة (θ) كما ان المقدر الاولي الغير متحيز ($\hat{\theta}$) يتم تقديره باستخدام طريقة MLM وبعد ذلك تتم المقارنة بين تقديرات المعلمات الثلاثة لتوزيع Burr-XII في حالة بيانات المرقبة الهجينة من النوع الثاني باستخدام المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ ولاحجام عينات مختلفة, وفي ضوء ماتقدم يتم اختيار قيمة معلمة التقلص التي تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ للمعلمات الثلاثة.

المحاكاة: Simulation

في هذا البحث سنستخدم دراسة المحاكاة للمقارنة بين طريقة ML وطريقة Shrinkage وذلك باخذ قيم مختلفة (n, R, T) وبافتراض قيم مختلفة لمعلمات التوزيع $\left(\alpha = 0.7,\ 0.5,\ \ \gamma = 1.5,\ 2,\ \ \lambda = 3\right)$ والتي تستخدم لتوليد عينة عشوائية وفق الصيغة:

$$x = \left[\lambda\left[\left(\frac{1}{1-u}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1\right]\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

تم تكرار التجربة (1000) مرة والنتائج مبينة في الجداول (1- 4) التالية:

جدول رقم (1) متوسط مربعات الخطأ لطريقة الامكان الاعظم وطريقة التقلص عند

($T=1,\ \alpha = 0.7,\ \gamma = 1.5,\ \lambda = 3$ and $\alpha_0 = 0.5, \gamma_0 = 0.7, \lambda_0 = 0.9$)

n	R	parameter	MLM	K								
				0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
20	6	$\hat{\alpha}$	3.1370e-006	3.0995e-001	2.4490e-001	1.8750e-001	1.3775e-001	9.5660e-002	6.1221e-002	3.4435e-002	1.5303e-002	3.8247e-003
		$\hat{\gamma}$	1.8414e-001	6.7293e-002	7.7293e-002	8.8276e-002	9.9835e-002	1.1211e-001	1.2509e-001	1.3878e-001	1.5319e-001	1.6831e-001
		$\hat{\lambda}$	2.6825e-005	5.9011e-002	4.6603e-002	3.5657e-002	2.6175e-002	1.8155e-002	1.1598e-002	6.5044e-003	2.8734e-003	7.0539e-004
	15	$\hat{\alpha}$	5.0249e-006	1.6567e-001	1.3090e-001	1.0022e-001	7.3630e-002	5.1131e-002	3.2724e-002	1.8407e-002	8.1805e-003	2.0449e-003
		$\hat{\gamma}$	1.0965e-001	4.3304e-002	4.9180e-002	5.5430e-002	6.2055e-002	6.9053e-002	7.6424e-002	8.4170e-002	9.2290e-002	1.0078e-001
		$\hat{\lambda}$	1.3217e-004	3.8072e-002	3.0037e-002	2.2954e-002	1.6821e-002	1.1640e-002	7.4100e-003	4.1311e-003	1.8034e-003	4.2677e-004
50	16	$\hat{\alpha}$	1.4701e-006	1.1346e-001	8.9647e-002	6.8635e-002	5.0425e-002	3.5017e-002	2.2410e-002	1.2605e-002	5.6016e-003	1.3999e-003
		$\hat{\gamma}$	7.0169e-002	2.5792e-002	2.9647e-002	3.3771e-002	3.8164e-002	4.2826e-002	4.7757e-002	5.2957e-002	5.8425e-002	6.4163e-002
		$\hat{\lambda}$	1.5070e-005	2.2621e-002	1.7863e-002	1.3666e-002	1.0030e-002	6.9557e-003	4.4422e-003	2.4899e-003	1.0988e-003	2.6890e-004
	45	$\hat{\alpha}$	2.6238e-006	5.6682e-002	4.4786e-002	3.4290e-002	2.5193e-002	1.7495e-002	1.1197e-002	6.2985e-003	2.7995e-003	7.0000e-004
		$\hat{\gamma}$	3.8079e-002	1.5516e-002	1.7531e-002	1.9669e-002	2.1930e-002	2.4314e-002	2.6821e-002	2.9451e-002	3.2204e-002	3.5080e-002
		$\hat{\lambda}$	8.6814e-005	1.3623e-002	1.0742e-002	8.2033e-003	6.0063e-003	4.1510e-003	2.6375e-003	1.4657e-003	6.3566e-004	1.4739e-004
100	35	$\hat{\alpha}$	8.9179e-007	4.4710e-002	3.5326e-002	2.7046e-002	1.9870e-002	1.3799e-002	8.8308e-003	4.9671e-003	2.2074e-003	5.5167e-004
		$\hat{\gamma}$	3.1519e-002	1.1848e-002	1.3567e-002	1.5403e-002	1.7355e-002	1.9424e-002	2.1610e-002	2.3912e-002	2.6331e-002	2.8867e-002
		$\hat{\lambda}$	3.4122e-005	1.0341e-002	8.1592e-003	6.2354e-003	4.5698e-003	3.1626e-003	2.0136e-003	1.1229e-003	4.9043e-004	1.1625e-004
	85	$\hat{\alpha}$	1.5237e-006	3.1820e-002	2.5142e-002	1.9250e-002	1.4143e-002	9.8216e-003	6.2861e-003	3.5361e-003	1.5718e-003	3.9308e-004
		$\hat{\gamma}$	1.9905e-002	7.9596e-003	9.0212e-003	1.0149e-002	1.1344e-002	1.2604e-002	1.3932e-002	1.5325e-002	1.6786e-002	1.8312e-002
		$\hat{\lambda}$	1.8525e-005	7.0270e-003	5.5451e-003	4.2385e-003	3.1071e-003	2.1511e-003	1.3703e-003	7.6483e-004	3.3466e-004	7.9774e-005

جدول رقم (2) متوسط مربعات الخطأ لطريقة الامكان الاعظم وطريقة التقلص عند

(T=1, $\alpha = 0.7,\ \gamma = 1.5,\ \lambda = 3$ and $\alpha_0 = 0.8, \gamma_0 = 1, \lambda_0 = 2.5$)

n	R	parameter	MLM	K 0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
20	6	$\hat{\alpha}$	1.2107e-006	2.2854e-001	1.8057e-001	1.3825e-001	1.0157e-001	7.0535e-002	4.5142e-002	2.5392e-002	1.1284e-002	2.8207e-003
		$\hat{\gamma}$	1.8479e-001	3.1892e-002	4.2642e-002	5.4952e-002	6.8821e-002	8.4250e-002	1.0124e-001	1.1979e-001	1.3989e-001	1.6156e-001
		$\hat{\lambda}$	2.8594e-005	4.5877e-001	3.6241e-001	2.7740e-001	2.0374e-001	1.4142e-001	9.0443e-002	5.0815e-002	2.2531e-002	5.5931e-003
	15	$\hat{\alpha}$	5.5161e-006	1.1180e-001	8.8339e-002	6.7635e-002	4.9691e-002	3.4508e-002	2.2085e-002	1.2423e-002	5.5216e-003	1.3805e-003
		$\hat{\gamma}$	1.0998e-001	2.0450e-002	2.6883e-002	3.4195e-002	4.2385e-002	5.1454e-002	6.1401e-002	7.2227e-002	8.3932e-002	9.6515e-002
		$\hat{\lambda}$	2.1281e-004	2.9922e-001	2.3626e-001	1.8073e-001	1.3263e-001	9.1958e-002	5.8712e-002	3.2893e-002	1.4502e-002	3.5382e-003
50	16	$\hat{\alpha}$	1.0395e-006	8.1035e-002	6.4027e-002	4.9020e-002	3.6014e-002	2.5010e-002	1.6006e-002	9.0028e-003	4.0009e-003	9.9998e-004
		$\hat{\gamma}$	6.8245e-002	1.1881e-002	1.5854e-002	2.0400e-002	2.5517e-002	3.1207e-002	3.7470e-002	4.4305e-002	5.1713e-002	5.9692e-002
		$\hat{\lambda}$	1.6294e-005	1.7129e-001	1.3531e-001	1.0356e-001	7.6054e-002	5.2784e-002	3.3752e-002	1.8958e-002	8.4012e-003	2.0819e-003
	45	$\hat{\alpha}$	1.7754e-006	4.3033e-002	3.4001e-002	2.6032e-002	1.9125e-002	1.3281e-002	8.5000e-003	4.7812e-003	2.1249e-003	5.3117e-004
		$\hat{\gamma}$	3.8563e-002	7.2764e-003	9.5342e-003	1.2097e-002	1.4964e-002	1.8136e-002	2.1612e-002	2.5393e-002	2.9479e-002	3.3870e-002
		$\hat{\lambda}$	4.5867e-005	1.0710e-001	8.4576e-002	6.4710e-002	4.7500e-002	3.2945e-002	2.1046e-002	1.1801e-002	5.2124e-003	1.2788e-003
100	35	$\hat{\alpha}$	3.9823e-007	3.8549e-002	3.0458e-002	2.3320e-002	1.7133e-002	1.1898e-002	7.6143e-003	4.2829e-003	1.9034e-003	4.7578e-004
		$\hat{\gamma}$	3.5566e-002	5.8526e-003	7.9122e-003	1.0282e-002	1.2963e-002	1.5954e-002	1.9255e-002	2.2867e-002	2.6789e-002	3.1022e-002
		$\hat{\lambda}$	7.2829e-006	8.2886e-002	6.5475e-002	5.0114e-002	3.6804e-002	2.5544e-002	1.6334e-002	9.1751e-003	4.0664e-003	1.0080e-003
	85	$\hat{\alpha}$	1.5804e-006	1.9684e-002	1.5553e-002	1.1908e-002	8.7490e-003	6.0758e-003	3.8887e-003	2.1875e-003	9.7235e-004	2.4318e-004
		$\hat{\gamma}$	1.9581e-002	3.7190e-003	4.8658e-003	6.1666e-003	7.6212e-003	9.2298e-003	1.0992e-002	1.2909e-002	1.4979e-002	1.7203e-002
		$\hat{\lambda}$	5.0954e-005	5.4681e-002	4.3172e-002	3.3021e-002	2.4229e-002	1.6795e-002	1.0719e-002	6.0017e-003	2.6429e-003	6.4251e-004

جدول رقم (3) متوسط مربعات الخطأ لطريقة الامكان الاعظم وطريقة التقلص عند

(T=2, $\alpha = 0.5,\ \gamma = 2,\ \lambda = 3$ and $\alpha_0 = 0.4, \gamma_0 = 0.6, \lambda_0 = 0.8$)

n	R	parameter	MLM	K 0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
20	8	$\hat{\alpha}$	4.0375e-006	2.0294e-001	1.6035e-001	1.2276e-001	9.0190e-002	6.2630e-002	4.0081e-002	2.2544e-002	1.0018e-002	2.5031e-003
		$\hat{\gamma}$	2.9379e-001	1.7015e-001	1.8223e-001	1.9472e-001	2.0763e-001	2.2095e-001	2.3469e-001	2.4884e-001	2.6341e-001	2.7840e-001
		$\hat{\lambda}$	1.9929e-004	4.1187e-002	3.2486e-002	2.4817e-002	1.8178e-002	1.2571e-002	7.9951e-003	4.4501e-003	1.9363e-003	4.5358e-004
	17	$\hat{\alpha}$	4.7403e-006	1.4120e-001	1.1156e-001	8.5415e-002	6.2753e-002	4.3578e-002	2.7890e-002	1.5688e-002	6.9720e-003	1.7428e-003
		$\hat{\gamma}$	1.9132e-001	1.1619e-001	1.2362e-001	1.3128e-001	1.3916e-001	1.4728e-001	1.5563e-001	1.6421e-001	1.7301e-001	1.8205e-001
		$\hat{\lambda}$	1.5598e-004	2.8234e-002	2.2267e-002	1.7008e-002	1.2455e-002	8.6110e-003	5.4740e-003	3.0446e-003	1.3227e-003	3.0835e-004
50	20	$\hat{\alpha}$	9.8370e-007	8.1946e-002	6.4748e-002	4.9572e-002	3.6420e-002	2.5292e-002	1.6187e-002	9.1048e-003	4.0465e-003	1.0115e-003
		$\hat{\gamma}$	1.1439e-001	6.6201e-002	7.0908e-002	7.5776e-002	8.0807e-002	8.5999e-002	9.1354e-002	9.6871e-002	1.0255e-001	1.0839e-001
		$\hat{\lambda}$	4.4851e-005	1.6089e-002	1.2696e-002	9.7038e-003	7.1132e-003	4.9241e-003	3.1364e-003	1.7502e-003	7.6550e-004	1.8224e-004
	48	$\hat{\alpha}$	1.6184e-006	5.7509e-002	4.5439e-002	3.4789e-002	2.5559e-002	1.7749e-002	1.1359e-002	6.3893e-003	2.8395e-003	7.0972e-004
		$\hat{\gamma}$	7.0746e-002	4.3068e-002	4.5806e-002	4.8628e-002	5.1534e-002	5.4525e-002	5.7601e-002	6.0760e-002	6.4005e-002	6.7333e-002
		$\hat{\lambda}$	2.3564e-005	1.0545e-002	8.3221e-003	6.3619e-003	4.6646e-003	3.2301e-003	2.0584e-003	1.1496e-003	5.0366e-004	1.2053e-004
100	40	$\hat{\alpha}$	9.8095e-007	4.0440e-002	3.1953e-002	2.4464e-002	1.7973e-002	1.2481e-002	7.9878e-003	4.4930e-003	1.9968e-003	4.9912e-004
		$\hat{\gamma}$	5.6774e-002	3.2258e-002	3.4639e-002	3.7106e-002	3.9659e-002	4.2298e-002	4.5022e-002	4.7831e-002	5.0727e-002	5.3708e-002
		$\hat{\lambda}$	1.6225e-005	7.8324e-003	6.1815e-003	4.7258e-003	3.4653e-003	2.3999e-003	1.5296e-003	8.5452e-004	3.7458e-004	8.9797e-005
	90	$\hat{\alpha}$	1.8396e-006	2.3962e-002	1.8933e-002	1.4495e-002	1.0649e-002	7.3954e-003	4.7330e-003	2.6622e-003	1.1832e-003	2.9575e-004
		$\hat{\gamma}$	3.5560e-002	2.2064e-002	2.3405e-002	2.4786e-002	2.6206e-002	2.7666e-002	2.9166e-002	3.0705e-002	3.2284e-002	3.3902e-002
		$\hat{\lambda}$	8.6853e-002	5.2955e-003	4.1707e-003	3.1801e-003	2.3235e-003	1.6011e-003	1.0128e-003	5.5863e-004	2.3859e-004	5.2667e-005

جدول رقم (4) متوسط مربعات الخطأ لطريقة الامكان الاعظم وطريقة التقلص عند

(T=2, $\alpha = 0.5,\ \gamma = 2,\ \lambda = 3$ and $\alpha_0 = 2, \gamma_0 = 1, \lambda_0 = 3$)

n	R	parameter	MLM	K								
				0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
20	8	$\hat{\alpha}$	4.7636e-006	1.0454e-002	8.2605e-003	6.3247e-003	4.6471e-003	3.2274e-003	2.0659e-003	1.1623e-003	5.1685e-004	1.2942e-004
		$\hat{\gamma}$	2.9325e-001	9.5312e-002	1.1195e-001	1.2993e-001	1.4924e-001	1.6990e-001	1.9189e-001	2.1522e-001	2.3989e-001	2.6590e-001
		$\hat{\lambda}$	4.5145e-005	5.8198e-001	4.5973e-001	3.5188e-001	2.5843e-001	1.7937e-001	1.1471e-001	6.4437e-002	2.8563e-002	7.0842e-003
	17	$\hat{\alpha}$	6.4061e-006	3.9823e-003	3.1466e-003	2.4091e-003	1.7700e-003	1.2292e-003	7.8676e-004	4.4261e-004	1.9678e-004	4.9261e-005
		$\hat{\gamma}$	1.9385e-001	6.5848e-002	7.6738e-002	8.8461e-002	1.0102e-001	1.1441e-001	1.2863e-001	1.4369e-001	1.5957e-001	1.7630e-001
		$\hat{\lambda}$	6.9812e-005	4.0521e-001	3.2006e-001	2.4495e-001	1.7986e-001	1.2480e-001	7.9780e-002	4.4788e-002	1.9827e-002	4.8981e-003
50	20	$\hat{\alpha}$	2.1759e-006	3.0893e-003	2.4411e-003	1.8691e-003	1.3734e-003	9.5395e-004	6.1070e-004	3.4368e-004	1.5289e-004	3.8342e-005
		$\hat{\gamma}$	1.1175e-001	3.6707e-002	4.3033e-002	4.9861e-002	5.7193e-002	6.5028e-002	7.3367e-002	8.2208e-002	9.1552e-002	1.0140e-001
		$\hat{\lambda}$	6.5202e-005	2.2416e-001	1.7704e-001	1.3547e-001	9.9457e-002	6.8997e-002	4.4090e-002	2.4737e-002	1.0938e-002	2.6925e-003
	48	$\hat{\alpha}$	2.4007e-006	1.0134e-003	8.0077e-004	6.1312e-004	4.5048e-004	3.1287e-004	2.0027e-004	1.1268e-004	5.0113e-005	1.2561e-005
		$\hat{\gamma}$	7.0336e-002	2.4269e-002	2.8205e-002	3.2437e-002	3.6964e-002	4.1787e-002	4.6905e-002	5.2319e-002	5.8029e-002	6.4035e-002
		$\hat{\lambda}$	3.9357e-005	1.4968e-001	1.1822e-001	9.0466e-002	6.6419e-002	4.6079e-002	2.9448e-002	1.6524e-002	7.3082e-003	1.8003e-003
100	40	$\hat{\alpha}$	1.2380e-006	1.4149e-003	1.1183e-003	8.5659e-004	6.2969e-004	4.3763e-004	2.8042e-004	1.5805e-004	7.0527e-005	1.7848e-005
		$\hat{\gamma}$	5.5026e-002	1.8242e-002	2.1350e-002	2.4703e-002	2.8301e-002	3.2144e-002	3.6231e-002	4.0562e-002	4.5139e-002	4.9960e-002
		$\hat{\lambda}$	1.1353e-004	1.1119e-001	8.7782e-002	6.7139e-002	4.9259e-002	3.4142e-002	2.1788e-002	1.2197e-002	5.3689e-003	1.3036e-003
	90	$\hat{\alpha}$	2.4066e-006	2.1562e-004	1.7036e-004	1.3044e-004	9.5832e-005	6.6553e-005	4.2598e-005	2.3967e-005	1.0662e-005	2.6807e-006
		$\hat{\gamma}$	3.5709e-002	1.2417e-002	1.4411e-002	1.6554e-002	1.8845e-002	2.1284e-002	2.3872e-002	2.6609e-002	2.9494e-002	3.2527e-002
		$\hat{\lambda}$	5.6023e-005	7.6469e-002	6.0379e-002	4.6187e-002	3.3894e-002	2.3499e-002	1.5003e-002	8.4048e-003	3.7050e-003	9.0362e-004

من خلال الجداول (1 - 4) وعند اختيار قيم مختلفة لمعلمة التقلص K وكذلك قيم $(T = 1 , 2)$, وقيم R المختلفة و $(n = 20, \ 50, \ 100)$ تبين بانه عندما تكون $(K = 0.9)$ نحصل على اقل MSE للمعلمات الثلاثة لتوزيع Burr-XII في حالة بيانات مراقبة هجينة من النوع الثاني بالنسبة لطريقة Shrinkage وعند مقارنتها مع MLM تكون طريقة MLM افضل.

بيانات تجربة حقيقية:

في هذا البحث سيتم تحليل بيانات تجربة حقيقية لتقدير المعلمات الثلاثة لتوزيع Burr-XII باستخدام طريقة MLM وطريقة Shrinkage عندما $(K = 0.9)$. في هذه التجربة تم اخذ نوع من الاقمشة (خام اسمر) وفحصه لبيان مدى الاستطالة (مقاس بالملمتر) وزمن قطع كل وحدة (مقاس بالثانية) في قسم الصناعات النسيجية باستخدام جهاز قوة قطع الاقمشة / المنسوجة Determination of Breaking Strength and elongation for woven fabrics وان الاختبار كان بمقياس طول الشريط 20cm وبعرض 5cm وبحجم عينة $(n = 12)$ وفيما يلي بيانات العينة:

Time dada: 12.89, 13.11, 13.32, 13.32, 13.57, 13.57, 13.76, 13.79, 13.85, 14.45,

14.79, 15

ولمعرفة فيما اذا كانت البيانات التي تم الحصول عليها تتبع توزيع Burr Type-XII ذي ثلاثة معلمات $(\lambda, \gamma, \alpha)$ فقد تم اختبارها باستعمال البرنامج الاحصائي (East Fit 5.2 Professional)[34] والذي يتضمن ثلاث انواع من الاختبارات وهي (Kolmogorov Smirnov, Anderson – Darling and Chi – Squared) ووفقا للاختبارات الثلاثة اعلاه

تبين بان بيانات العينة تتبع توزيع Burr –XII. ولتحليل بيانات عينة التجربة تم وضع مخططات (Schemes) لهذه العينة وكمايلي(علما انه تم طرح (12) من بيانات الزمن):

Scheme 1 is $R = 2$ and $T = 1.8$

And Scheme 2 is $R = 4$ and $T = 3$

الجدول رقم (5) تقدير المعلمات لطريقة التقلص والامكان الاعظم عندما

$$(\alpha = 0.9, \quad \gamma = 1.5, \quad \lambda = 2) and (\alpha_0 = 2, \quad \gamma_0 = 1.5, \quad \lambda_0 = 3)$$

R	T	التقديرات	MLM	Shrinkage
2	1.8	$\hat{\alpha}$	2.2495e+000	2.2246e+000
		$\hat{\gamma}$	4.6965e-002	1.9227e-001
		$\hat{\lambda}$	1.7286e-006	3.0000e-001
4	3	$\hat{\alpha}$	2.2077e+000	2.1869e+000
		$\hat{\gamma}$	6.7396e-002	2.1066e-001
		$\hat{\lambda}$	3.8968e-006	3.0000e-001

الاستنتاجات

من خلال تجربة المحاكاة تبين بان طريقة التقلص عندما معلمة التقلص (K=0.9) كانت الافضل من بين مجموعة القيم المختلفة ولكنها ليست افضل من طريقة الامكان الاعظم ولاحجام العينات المختلفة, وايضا تم التوصل الى:

1- عند تثبيت حجم العينة وزيادة قيمة R نلاحظ بان متوسط مربعات الخطأ للمعلمات يقل.

2- عند تثبيت حجم العينة وزيادة قيمة R و T نلاحظ بان متوسط مربعات الخطأ للمعلمات يقل.

المصادر

1. البياتي ، حسام نجم عبود (2002) ، " مقارنة طرائق تقدير أنموذج ويبل للفشل باستخدام المحاكاة" ، أطروحة دكتوراه ، كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة بغداد .
2. فرحان, حلا سلمان (2007),"مقارنة طرائق تقدير دالة البقاء توزيع لوماكس باستخدام عينات مراقبة من النوع الثاني" رسالة ماجستير في الاحصاء, كلية الادارة والاقتصاد, جامعة بغداد.
3. النزال, رافد اسماعيل احمد, (1996), " التقديرات البيزية المقلصة لمرحلتين", رسالة دكتوراه, كلية الادارة والاقتصاد – الجامعة المستنصرية.
4. الهلالي, فراس صدام, (2004), " مقارنة طرائق تقدير معالم إنموذج ويبل للفشل بثلاثة معالم. رسالة ماجستير, كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد.
5. الهندي ، عدي وليد تيودو ، (1998) ، "دراسة مقارنة لطرائق تقدير معالم دالة توزيع كاما لحساب المعولية (مع تطبيق عملي) " ، رسالة ماجستير ، كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد .
6. AL-Nasser, Abdul Majeed Hamza,(2009), "An Introduction Statistical Reliability". ITHRAA Publishing and Distribution.
7. Askoy, S., (2008) "Bayesian Decision Theory" Bilkent University, Department of Computer Engineering, Sakosoy @cs. Bilkent. Edu. Trcs 551, Spring 2008.
8. Bradly Efrom, (1981) "Censored Data and the Bootstrap", Journal of the American Statistical Association, Vol. 76, No.374. pp, 312-319.
9. Child, A., Chandrasekhar, B., Balakrishnan, N. and Kundu, D., Exact likelihood inference based on type-I and type-II hybrid censored samples from the exponential distribution, Annals of Institute of Statistics Mathematics, 55 (2003), 319-330.
10. Epstein, B. 1954. Truncated life tests in the exponential case. Annals of Mathematical Statistics 25, 555-564.
11. Epstein, B., (1960). Estimation from life-test data, Technometrics, Vol. 2, PP. 447- 454.
12. James R. Thompson, (1968), " Some Shrinkage Techniques for Estimating the Mean", Journal of the American Statistical Association, Vol. 63, No 324, PP. 113-122.
13. Kishan G. Mehrotra and Gourik, (1982), "Confidence Intervals with Jaintly Type-II Censored Samples from two Exponential Distributions", tech. Vol. 77, No. 378, pp. 441-446.

14. Lawless, J. F., (1982, 2002), "Statistical Models and Methods for Life Time Data" John Wiley & Sons. New-York.
15. Max. Engelhardt and Lee J. Bain, (1979) " Prediction Limits and Two-Sample Problem with Complete or Censored Weibull Data", Teah., Vol. 21, No. 2, PP. 233-237.
16. Panahi, H. and Asadi, S., Analysis of the Type-II Hybrid Censored Burr Type XII Distribution under Linex Loss Function, Applied Mathematical Sciences, Vol.5,2011,no.79,3929-3942.
17. Reliasoft Corporation, (2001), "Maximum Likelihood Estimation (MLE)", Issue's Reliability Basic, November, WWW.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda365.htm-3k-cached.
18. Soliman, A. A., (2005) "Estimation of parameters of life from progressively censored data using Burr- XII modal". IEEE. Tranns. Rel, 54 (1) 34-42.
19. Takahasi, K., "Note on the Multivariate Burr's Distribution", Annals of the Institute of Statistical Mathematics. Vol. 17, No. 1, 1965, pp. 257-260.

Abstract

A Hybrid censoring scheme is a mixture of type-I and type-II censoring schemes. In this research we used maximum likelihood method and shrinkage method when we take deferent values for the shrinkage parameter (K) and determined the optimal value for the shrinkage parameter. The mean square error is used to comparison between the two methods by using simulation and so used real life data, when the data are Burr-XII distribution for three parameters.

Keyword: Burr-XII distribution; Maximum Likelihood Method; Shrinkage Method; Type-II Hybrid censoring.

الملحق A

$$\sigma_{11}=\left[\frac{D}{\hat{\alpha}^{2}}+(\hat{\gamma}+1)\sum_{i=1}^{D}\frac{\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\left(\ln x_{i:n}\right)^{2}}{\left(1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)^{2}}+\hat{\gamma}(n-D)\frac{\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}(\ln z)^{2}}{\left(1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)^{2}}\right]^{-1}$$

$$\sigma_{12}=\sum_{i=1}^{D}\frac{\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\left(\ln x_{i:n}\right)}{\left(1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)}+(n-D)\frac{\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}(\ln z)}{\left(1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)}$$

$$\sigma_{13}=-(\hat{\gamma}+1)\sum_{i=1}^{D}\frac{\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^{2}}\left(\ln x_{i:n}\right)}{\left(1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)^{2}}-\hat{\gamma}(n-D)\frac{\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^{2}}(\ln z)}{\left(1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)^{2}}$$

$$\sigma_{22}=\left[\frac{D}{\hat{\gamma}^{2}}\right]^{-1}$$

$$\sigma_{23}=\left[\sum_{i=1}^{D}\frac{\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^{2}}}{\left(1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)}+(n-D)\frac{\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^{2}}}{\left(1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)}\right]^{-1}$$

$$\sigma_{21}=\sigma_{12}\qquad,\qquad\sigma_{31}=\sigma_{13}\qquad,\qquad\sigma_{32}=\sigma_{23}$$

$$\sigma_{33}=\left[-\frac{D}{\hat{\lambda}^{2}}+(\hat{\gamma}+1)\sum_{i=1}^{D}\frac{\frac{2x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^{3}}+\frac{\left(x_{i:n}^{\hat{\alpha}}\right)^{2}}{\hat{\lambda}^{4}}}{\left(1+\frac{x_{i:n}^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)^{2}}+\hat{\gamma}(n-D)\frac{\frac{2z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}^{3}}+\frac{\left(z^{\hat{\alpha}}\right)^{2}}{\hat{\lambda}^{4}}}{\left(1+\frac{z^{\hat{\alpha}}}{\hat{\lambda}}\right)^{2}}\right]^{-1}$$