خوارزمية توافقية مقترحه لحل مسائل التخصيص التربيعية

د. عبد المنعم كاظم حمادي * **حسن عبد الستار ابراهيم ****

* قسم الاحصاء / كلية الادارة والاقتصاد /جامعة بغداد

** قسم الاحصاء / كلية الادارة والاقتصاد /جامعة بغداد

الخلاصة

تضمن هذا البحث الاستفادة من خوارزمية توافقية لحل مسألة التخصيص التربيعية (Quadratic Assignment problem) ، استعملت خوارزمية البحث المتناغم (Harmony Search) في هذا البحث ولكن بأضافة اجراءات تحسينية لزيادة أدى الخوارزمية وتسريع الوصول الى الحل الامثل للمسألة ، الخوارزمية تتكون من مرحلتين المرحلة الاولى تقوم بتحسين جميع الحلول الموجودة في الذاكرة الايقاعية او ذاكرة التناغم (Harmony Memory) بأستعمال بعض الاجراءات المستعملة في الخوارزمية الجينية وهي خاصية التعابر (Crossover) وايضاً خاصية البحث الموجة التحسينية في تقليل دالة الهدف،اما المرحلة الثانية فتعتمد على اجراءات خوارزمية البحث المتناغم (HS) ولكن بأستعمال صيغة ارتجال (Improvise) جديدة ، الخوارزمية اثبتت كفأتها في حل المسألة وذلك بعد حل (15) مسألة قياسية مأخوذه من المكتبة الخاصة بمسألة التخصيص التربيعية (QAPLIB) ومقارنة النتائج مع خوارزمية البحث المحلي(Local Search) وخوارزمية محاكاة التلدين (Simulated Annealing) وخوارزمية البحث المحرم (Tabu Search) بعد تكرار حل كل مسألة (25) مرة وتسجيل النتائج الخوارزمية اظهرت تفقوها اذ كان عدد مرات وصولها الى الحل الامثل (282) مرة من مجموع (375) تكرار للتجربة بينما كان عدد مرات وصل خوارزمية البحث المحلي (2) اما خوارزمية محاكاة التلدين (117) وخوارزمية البحث المحرم (174).

الكلمات المفتاحية: مسألة التخصيص التربيعية ، خوارزمية البحث المتناغم ، مسائل الامثلية المركبة ، البحث المحلي.

Proposed combinatorial algorithms for solving Quadratic Assignment problem

Abdul Munaam Kadhem Hammadi **Hassan A.AlSattar Ibrahim**

Received 31 May 2015 ; Accepted 11 January 2016

Abstract

This research includes construction of combinatorial algorithms for solving the Problem, used Harmony Search algorithm in this research but added the improvement Procedures to increase the Performance of algorithm and speed up access to the optimal solution of the problem, The algorithm consists of two phases, the first phase will improve all the existing solutions in the Harmony Memory use some improvement measures is the property of Crossover existing solutions in the Harmony. Memory use some improvement measures is the property of Crossover used in genetic algorithm and also guided search to reduce the objective function, the second phase will depend on the Procedures of the Harmony search algorithm (HS) but using a new Improvise, The algorithm has proven its efficiency in solving the problem is resolved (15) standard problem from the special library of Quadratic Assignment Problem (QAPLIB), and compare the results with the local search algorithm (LS), Tabu search (TS), Simulated annealing (SA) after solving each problem (25) times and record the results of the algorithm shown open her with total access to the optimal solution (282) of the total (375) repetition of the test as the total reached the local search algorithm (2) Simulated annealing algorithm (117) and Tabu search algorithm is (174).

Keywords: Quadratic Assignment Problem , Harmony search algorithm, combinatorial optimization problem , Local search.

المقدمة

تعتبر مسألة التخصيص التربيعية (QAP) احدى مشاكل الامثلية المركبة (COP) التي تنتمي بدرجة صعوبتها الى المشاكل من النوع (NP-hard) ، صيغت مسألة التخصيص التربيعية لأول مره على يدي الباحثيين (Koopmans & Beckman) في عام 1957 م عندما قاموا باستعمالها في نمذجه النشاطات الاقتصادية ،كما استعملت مسألة التخصيص التربيعية في الكثير من التطبيقات منها مسائل الجدولة وتخطيط مواقع الابنية مثل المستشفيات والجامعات كما وتم تطبيق المسألة في تصميم لوحات السيطرة الكهربائية واللوحات الالكترونية وغيرها واثبتت المسألة فعاليتها في هذه التطبيقات.

تعتبر خوارزميات الميتاهيورستك (Meta heuristic) من التقنيات التي استعملت على نطاق واسع في حل مسائل الامثلية المركبة واثبتت فعاليتها في ايجاد حلول جيده في وقت قياسي اذا طور الباحثيين مجموعة من الخوارزميات مثل الخوارزمية الجينية (GA) وخوارزمية محاكاة التلدين (SA) وخوارزمية البحث المحرم (TS) وخوارزمية البحث

المتناغم (HS) وغيرها. تكمن مشكلة البحث في عدم وجود خوارزمية متعددة الحدود خلال الوقت (Polynomial time Algorithm) لحل المسألة وايضاً تعد عملية ايجاد الحل الامثل لمسألة تخصيص تربيعية بحجم (n>20) امر صعب جداً بأستعمال الخوارزميات المضبوطة لكون فضاء الحل للمسألة كبير جداً ،يمكن القول ان من غير المؤمل ايجاد خوارزمية حل متعددة الحدود خلال الوقت لحل مسألة التخصيص التربيعية مالم يتم برهان بأن (NP=P) [1] .

يهدف البحث الى ايجاد خوارزمية تقريبة متعددة الحدود تقوم بحل المسألة في وقت من النوع متعدد الحدود عن طريق اجراء بعض التحسينات على اداء خوارزمية البحث المتناغم (Harmony Search) لتسريع اداءها في الوصول الى الحل الامثل .

صياغة المسألة Formulation of the problem

لنفرض ان لدينا مسألة تخصيص تربيعية ولنفرض ان لدينا ثلاث مصفوفات (F,D,C) بحجم (n × n) و ان F هي مصفوفة التدفق بين التسهيلات،D هي مصفوفة المسافة بين المواقع ،C هي مصفوفة الكلفة اي كلفة تخصيص التسهيلات للمواقع ولنفرض كذلك ان لدينا المتجه ϑوهو عبارة عن متجه يحوي على جميع التباديل الممكنة من العناصر $\{1, \dots, n\}$ فيكون الأنموذج الرياضي لمسألة التخصيص التربيعية كما يلي [3] [1]:

$$Min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_{i,j}\, d_{\pi(i),\pi(j)} + \sum_{i=1}^{n} c_{i,\pi(i)} \qquad (1)$$

و ان $f_{i,j}$ هو التدفق بين التسهيل i والتسهيل j ، $d_{\pi(i),\pi(j)}$ تمثل المسافة بين الموقع $\pi(i)$ والموقع $\pi(j)$ و $c_{i,\pi(i)}$ تمثل الكلفة الثابته لتخصيص التسهيل i للموقع $\pi(j)$.

في أكثر الاحيان يهمل الجزء الخاص بالكلفة بسبب ان الكلفة تكون ثابت ان وجدت وذلك لأن مسألة التخصيص التربيعية تؤدي الى تغير بعض مواقع التسهيلات داخل المسألة ، وعلى فرض ان مصفوفه الكلفة قيمتها صفرية فيكون أنموذج التخصيص التربيعي كما يلي:

$$Min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_{i,j}\, d_{\pi(i),\pi(j)} \qquad (2)$$

يكمن الهدف في ايجاد متجة التباديل (π) للنموذج الرياضي $(1,2)$ والذي يقوم بتقليل دالة الهدف الى اقل ما يمكن .

خوارزمية البحث المتناغم التوافقية (Combinatorial Harmony Search Algorithm)

خوارزمية البحث المتناغم اوالايقاعي(HS) طورت على يد الباحث Geem وأخرون في عام *2001* وهي احدى خوارزميات الميتاهيورستك، في هذا البحث سوف نقوم بأجراء بعض التعديلات على خوارزمية البحث المتناغم (*HS*) بشكل يتلائم مع طبيعة مسألة التخصيص التربيعية (*QAP*) وذلك للعدد الهائل من الحلول البديـــــــــــــــلة للمسألة والذي يتزايد مع زيادة حجمها ، بصورة عامة مسائل الامثلية المركـــــــــــــبة (*COP*) تحتاج الى التنويع والتركيز(*Intensification and Diversification*) سوف نستعمل خاصية التركيز المستعملة في خوارزمية البحث المحرم (TS) وزيادة التنويع في البحث بأستعمال خاصية الطفرة (Mutation) المستعملة في الخوارزمية الجينية (GA) ، لذلك سوف نقسم اجراءات الحل الى مرحلتين المرحلة الاولى نقوم بادخال مصفوفة المسافة (D) ومصفوفة التدفق (F) ومن ثم نقوم بتوليد حلول عشوائية للذاكرة الايقاعية عن طريق توليد متجهات كل متجه يمثل حل كامل للمسألة (HM) ومن ثم نقوم بأجراء خاصية التحسس في خفض دالة الهدف عن طريق اجراء اعلى طفرة ممكنة وايضاً اجراء طفرة من نوع (d-Mutation) و طفرة من نوع (rpi-Mutation) وان هذه المرحلة تساعد على تحسين نوعية الحلول الموجودة في الذاكرة الايقاعية، اما المرحلة الثانية سوف نقوم بأستعمال خاصية الارتجال العشوائي عن طريق PAR،HMCR و يتم أختيار اربعة حلول من الذاكرة الايقاعية وأستعمال خاصية جديدة في توليد حل جديد من الحلول الاربعة.

1. **خطوات عمل خوارزمية البحث المتناغم المركبة لحل مسألة لتخصيص التربيعية**

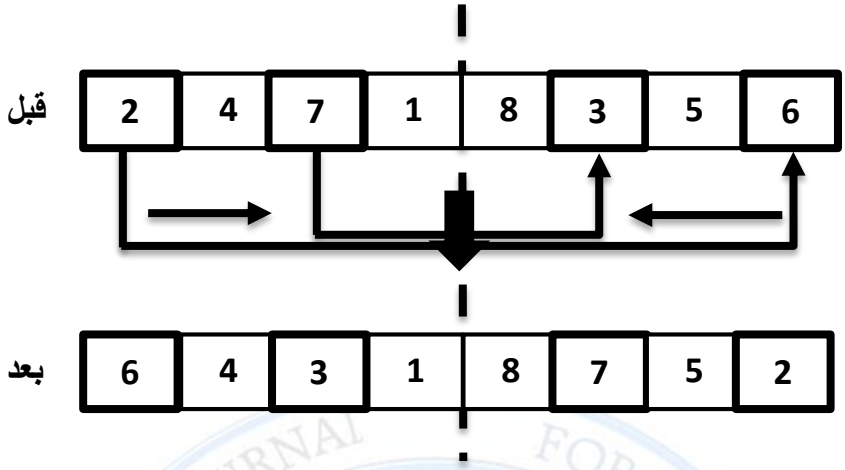
(Working Steps in Harmony Search Algorithm for solving Quadratic Assignment Problem)

نقوم بأدخال مصفوفتي التدفق والمسافة وايضاً ادخال معالم الخوارزمية (HMS,HMCR,PAR) ومن ثم توليد الذاكرة الايقاعية بحجم (HMS) كل صف منها يمثل حل كامل للمسألة وحساب دالة الهدف لكل حل في الذاكرة وايضاً ادخال احتمالية الطفرة والتعابر ومن ثم يبدأ عمل الخوارزمية وكالاتي:

I. المرحلة الاولى : وتتمثل بمرحلة تحسين الحلول الموجودة في الذاكرة الايقاعية وهي على مراحل:

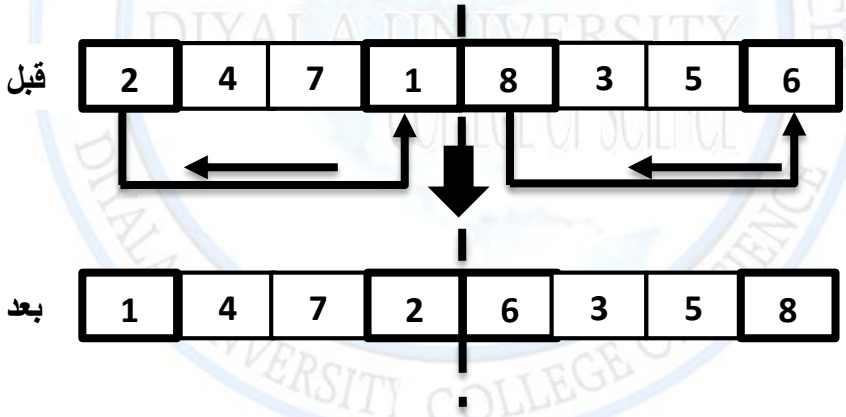
الطفرة (Mutation): وهنا سوف نقوم بأجراء نوعان من الطفرة

- **الطفرة (*d-Mutation*):** وهي تقوم بتقسيم متجه الحلول الى قسمين القسم الايمن والقسم الايسر ومن ثم تبديل بعض عناصر القسم الايمن بعناصر القسم الايسر والشكل الاتي يبين اجراءات الطفرة [1]



شكل (1) يوضح طفرة من نوع *(d-Mutation)*

❖ **الطفرة (*rpi-Mutation*):** وهي تقوم باجراء بعض التباديل العشوائية في اماكن بعض التسهيلات ومن ثم حساب دالة الهدف للحل الناتج ، التباديل العشوائية تمكن الخوارزمية احياناً من الاقتراب السريع من الحل الامثل وهذا بدوره يقلل من الوقت المستغرق لحل المسألة والشكل الاتي يوضح عمل الطفرة:



شكل (2) يوضح اجراء طفرة عشوائية من نوع (rpi – Mutation)

❖ **البحث المحلي الموجه**

تساعده هذه الخاصية بتوجيه الطفرة نحو التحويلات التي تقوم بخفض دالة الهدف اقل ما يمكن في متجه الحلول المتولد عن طريق بناء مصفوفة تحسسية لمتجه الحلول ومن ثم اختيار افض قيمة في هذه المصفوفة تساعد في خفض دالة الهدف هذه الخاصية تساعد في تركيز البحث والابتعاد عن البحث العشوائي وتقليل الوقت المستغرق لحل المسألة الى حد كبير اما عناصر مصفوفه التخفيض فيمكن ايجاده عن طريق المعادلة الاتية [3] :

$$\Delta(\pi, r, s) = 2\sum_{k\neq r,s}(f_{sk} - f_{rk})(d_{\pi(s)\pi(k)} - d_{\pi(r)\pi(k)}) \quad \dots (3)$$

اذ ان:

π: متجه الحلول وهو بحجم $(1 \times n)$

F, F: تمثلان مصفوفتي المسافة والتدفق على التوالي.

على سبيل المثال لتكن لدينا مصفوفتي المسافة والتدفق الاتيتين:

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 6 & 1 \\ 5 & 6 & 0 & 6 \\ 6 & 1 & 6 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 5 & 6 \\ 4 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & 9 & 0 & 7 \\ 7 & 2 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

ومتجه الحل $\pi = (3 \quad 1 \quad 4 \quad 2)$ و ان قيمة دالة الهدف لهذا الحل $z = 272$

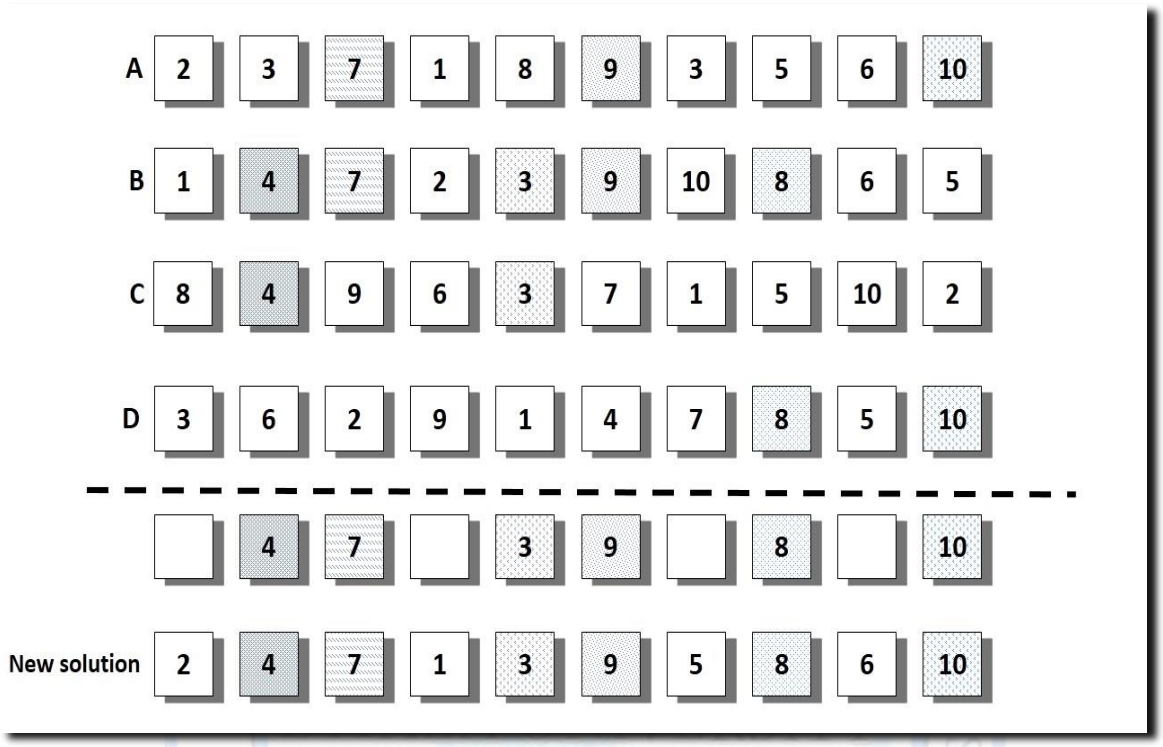
ان مصفوفه التحسس (Δ) لخفض دالة الهدف بعد تطبيق المعادلة (3) هي :

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 10 & -6 & 20 \\ 10 & 0 & -6 & -44 \\ -6 & -6 & 0 & 70 \\ 20 & -44 & 70 & 0 \end{pmatrix}$$

ان القيم السالبة تدل على امكانية خفض دالة الهدف الى الحد الممكن فعلى سبيل المثال 44-

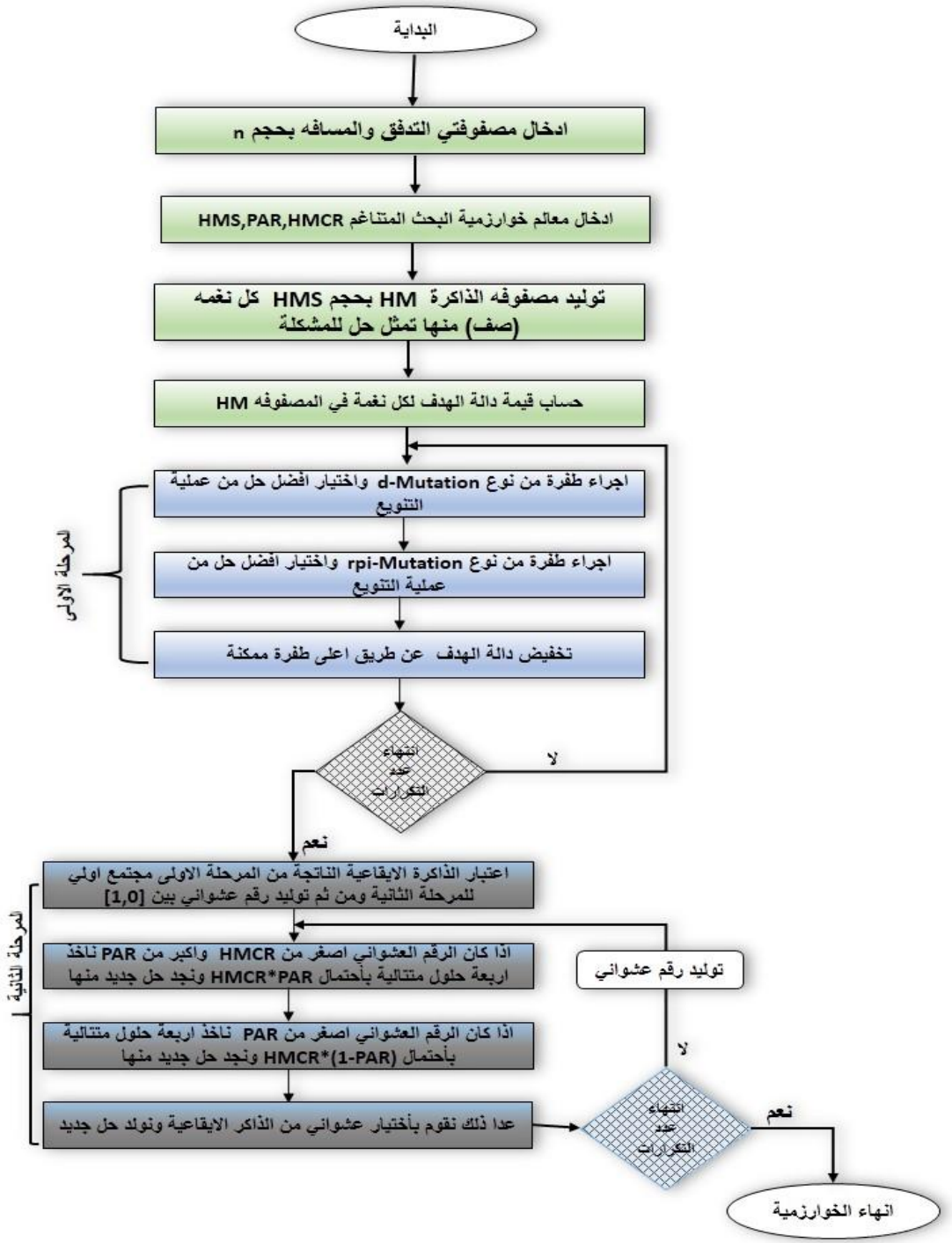
معناها اذا تم اجراء طفرة تبديل بين المنطقة ال 2 و 4 نقوم بخفض دالة الهدف الى z=228 وهكذا.

II. **المرحلة الثانية:** وفي هذه المرحلة سوف نستعمل اسلوب البحث العشوائي المستعمل في خوارزمية البحث المتناغم بألاعتماد على مخرجات المرحلة الاولى وأعتبارها مجتمع أولي ، في هذا المرحلة سوف نستعمل طريقة جديدة في ارتجال الحلول و سوف نقوم بتوليد رقم عشوائي في كل تكرار ومن ثم مقارنة الرقم العشوائي مع المعلمتين (HMCR,PAR) وعلى حسب القيمة العشوائية نستخرج اربعة حلول متتالية من الذاكرة الايقاعية بعد ترتيبها تصاعدياً حسب قيم دالة الهدف ومن ثم اختيار حل جديد من بين هذه الحلول وذلك بأيجاد العناصر المتكررة في نفس الاماكن للحول الاربعة ونسخها في الحل الجديد ومن ثم اشغال الاماكن المتبقية في الحل الجديد بأفضل حل من الحلول الاربعة وهكذا، ومن ثم حساب دالة الهدف للحل الجديد فأذا كان الحل الجديد أفضل من أسوء حل موجود في الذاكرة الايقاعية نقوم بتحديث الذاكرة الايقاعية عدا ذلك نقوم بتوليد رقم عشوائي جديد وأعادة نفس الخطوات التي تم ذكرها والشكل الاتي يوضح عملية ارتجال حل جديد من بين اربعة حلول مستخرجة:



شكل (3) يوضح اختيار حل جديد من بين اربعة حلول مرتبة

III. انهاء الخوارزمية: يستمر تكرار الخوارزمية الى حين الوصول الى العدد النهائي من التكرارات ومن ثم طباعة افضل حل وجد في الذاكرة الايقاعية .



شكل (4) يوضح المخطط الانسيابي لخوارزمية البحث المتناغم التوافقية $(CO-HS)$

4 -التجارب العددية Numerical experiments

أصبحت مسألة التخصيص التربيعية مقياس لكفاءة الخوارزميات وذلك لصعوبة ايجاد حل امثل في وقت مناسب لذلك اي طريقة يتم استحادثها لحل المسألة يجب تطبيقها على مسائل قياسية مأخوذة من المكتبة الخاصة بمسألة التخصيص التربيعية (QAPLIB) في هذا البحث سوف نقوم بتجريب خوارزمية البحث المتناغم المركبة على عدد من المسائل القياسية المأخوذة من المكتبة مع تكرار الحل عدة مرات مرة وحساب النتائج بالاعتماد على قانون كفاءة الخوارزمية وهو [2] :

$$Gap = \frac{X - opt}{opt} \times 100\% \quad \dots(4)$$

اذ ان :

X: الحل الذي تم ايجاده. Opt: الحل الامثل للمسألة.

تم في هذه الفقره حل (15) مسألة قياسية مأخوذه من المكتبة الافتراضية الخاصة بمسألة التخصيص التربيعية بأستعمال خوارزمية البحث المتناغم المركبة (CO-HS) وذلك بعد تكرار حل كل مسألة (25) مرة وتسجيل النتائج بحساب متوسط فجوة الاقتراب (GAP) والانحراف المعياري وأفضل حل تم ايجادهُ مع مقارنة النتائج مع خوارزمية البحث المحلي (LS) وخوارزمية محاكاة التلدين (SA) وخوارزمية البحث المحرم (TS) تفوقت خوارزمية البحث المتناغم المركبة على الخوارزميات الاخرى لمعظم النتائج حيث كانت نتائج الوصول للحل الامثل لكل خوارزمية كالاتي:

جدول (1) يبن تفاصيل النظام المستعمل في تنفيذ الخوارزمية

Name	Type
Operating system	Windows 7 Ultimate
Programming language	Matlab 2010 b
C.P.U	Intel Pentium Celeron 2.1 GHZ
RAM	2048 MB

جدول (2) يبين نتائج المقارنة بين الخوارزميات

المسألة	الخوارزمية	*Best fonnd*	*no. count*	*Best GAP*	*Mean GAP*	*td GAP*
Tai10a	*LS*	135028	**0**	**0.59**	**5.65**	3.12
	SA		**23**	**0.00**	**0.16**	0.56
	TS		**23**	**0.00**	**0.04**	0.13
Tai12a	*LS*	224416	**1**	**0.00**	**8.82**	3.37
	SA		**20**	**0.00**	**0.62**	1.34
	TS		**25**	**0.00**	**0.00**	0.00
Chr12a	*LS*	9552	**1**	**0.00**	**44.3**	31.8
	SA		**18**	**0.00**	**4.18**	7.74
	TS		**20**	**0.00**	**1.18**	2.41
Nug12	*LS*	578	**0**	**2.08**	**5.81**	2.84
	SA		**23**	**0.00**	**0.61**	2.77
	TS		**8**	**0.00**	**1.36**	1.40
Nug14	*LS*	1014	**0**	**1.18**	**4.52**	1.58
	SA		**5**	**0.00**	**3.66**	5.53
	TS		**16**	**0.00**	**0.87**	0.87
Nug15	*LS*	1150	**0**	**1.04**	**4.75**	2.10
	SA		**8**	**0.00**	**1.84**	5.06
	TS		**7**	**0.00**	**1.26**	1.56
Chr15a	*LS*	9896	**0**	**23.5**	**49.3**	49.3
	SA		**2**	**0.00**	**16.6**	10.7
	TS		**25**	**0.00**	**0.00**	0.00
Tai15a	*LS*	388214	**0**	**1.86**	**4.61**	4.61
	SA		**1**	**0.00**	**1.58**	0.93
	TS		**19**	**0.00**	**0.19**	0.87
Tai17a	*LS*	491812	**0**	**2.74**	**5.89**	5.89
	SA		**1**	**0.00**	**1.75**	1.00
	TS		**5**	**0.00**	**1.00**	0.95

Nug20	***LS***	2570	**0**	**2.33**	**4.65**	4.65
	SA		**3**	**0.00**	**2.44**	5.05
	TS		**5**	**0.00**	**1.16**	1.10
Chr20a	***LS***	2192	**0**	**18.8**	**47.1**	47.1
	SA		**0**	**7.21**	**33.8**	50.5
	TS		**1**	**0.00**	**8.85**	6.46
Tai20a	***LS***	703482	**0**	**2.41**	**5.67**	5.67
	SA		**1**	**0.00**	**2.89**	2.83
	TS		**7**	**0.00**	**0.52**	0.81
Nug25	***LS***	3744	**0**	**1.12**	**3.92**	3.92
	SA		**4**	**0.00**	**2.93**	6.88
	TS		**9**	**0.00**	**0.63**	1.14
Bur26b	***LS***	**3817852**	**0**	**0.20**	**0.50**	0.50
	SA		**7**	**0.00**	**0.14**	0.09
	TS		**0**	**0.00**	**0.37**	0.19
Nug30	***LS***	**6124**	**0**	**2.06**	**4.46**	4.46
	SA		**1**	**0.00**	**2.58**	5.77
	TS		**4**	**0.02**	**0.75**	1.09

الاستنتاجات

لقد تم التوصل في هذه الرسالة الى جملة من الاستنتاجات ، يمكن اجمالها بالآتي:

1. أن أستعمال المرحلة الاولى من الخوارزمية وخاصية البحث الموجه تساعد في تحسين كبير لذاكرة التناغم (HM) مما ينتج تقارب سريع للحل الامثل للمسألة حيث كانت نسبة الوصول الى الحل الامثل في المرحلة الاولى من الخوارزمية (75%) تقريباً .

2. مدى قدرة الخوارزمية في الوصول الى الحل الامثل وخاصة في حل مسائل الامثلية المركبة (COP) يعتمد بالدرجة الاساس على قدرة الخوارزمية في تنويع البحث عن الحل وايضاً تنويع الحلول وسرعة الوصول الى الحل الامثل تعتمد على معايير الرفض والقبول الى الحل الجديد لكون هذه المعايير تساعد في تحديد فضاء البحث في المسألة لذلك كل ما تم تصغير هذا الفضاء كانت سرعة الخوارزمية في الوصول اسرع وايضاً ذات تنويع اعلى .

3. نسبة وصول خوارزمية البحث المتناغم المركبة الى الحل الامثل كانت (75.2%) بينما كانت نسبة وصول خوارزمية البحث المحرم (61.7%) وخوارزمية محاكاة التلدين (31.2%) اما خوارزمية البحث المحلي فقد كانت الاسوء اذا كانت نسبة وصولها الى الحل الامثل (0.5%).

المصادر

1. البياتي،حسن عبد الستار،**"استعمال خوارزمية البحث المتناغم المركبة لحل مسألة التخصيص التربيعية مع تطبيق عملي"**، رسالة ماجستيركلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد ،2015م.

2. Burkard, R.E., Karisch, S.E.,and, Rendl, F.,(1996), ***"QAPLIB – a quadratic assignment problem library"***, *Journal of global optimization*, 10(4), 391-403.

3. Burkad.R,,Dell'Amico.M and Martello.S., .(2009). ***"Assignment Problems"***,Society for Industrial and Applied Mathematics ,Philadephia.

4. El-Ghazali, Talbi. 2009. ***"Metaheuristics from Design to Implementation"***, John Wiley & Sons.

5. Geem, Z.W., et al., ***"Recent Advances in Harmony Search"***. Advances in Evolutionary Algorithms, 2008: p. 16.

6. Lee, K. S. & Geem, Z. W. (2005). ***"A New Meta-Heuristic Algorithm for Continuous Engineering Optimization: Harmony Search Theory and Practice".*** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 194, No. 36-38, 3902-3933.

7. Burkard, R.E., Karisch, S.E.,and, Rendl, F.,(1996), ***"QAPLIB – a quadratic assignment problem library"***, *Journal of global optimization*, 10(4), 391-403.