تصميم خطة معاينة مفردة لفحص المنتوج لوقت الفحص المستمر عندما يتبع توزيع رالي ذي المعلمتين

م. منتهى خضير عباس
الكلية التقتية الادارية / بغداد

الخلاصة

يتضمن هذا البحث تعريف خطط عينات القبول لوقت الفحص المبتور عندما يتبع هذا الوقت توزيع رالي ذي المعلمتين (α، β)، وقد تم تقدير المعلمتان (α، β) بثلاث طرائق ولحجوم عينات (n=10, 20, 30, 50, 100)، واعتمدت المقدرات التي اعطت اصغر متوسط مربعات خطأ في ايجاد معلمات خطط عينات القبول التي بموجبها يتم فحص المنتوج واتخاذ قرار بالقبول او الرفض على ضوء معطيات العينة، وقد اعدت جداول خاصة بالمقدرات وكذلك جدول بخطط عينات القبول المتكون من (n, c) ولمستويات بتر مختلفة من هذا التوزيع.

مفتاح الكلمات: خطة معاينة , التوزيع الرائي , مخاطرة المنتج , فحص المنتوج , الفحص المبتور , طرق التقدير

المقدمة

يعتبر توزيع رالي العام ذو المعلمتين $GR(\alpha, \beta)$ من التوزيعات الشائعة والتي اثبتت كفاءة عالية في تحليل البيانات ذات الالتواء، وله صفات عديدة مشتركة مع التوزيع اللوغارتمي الطبيعي الذي يدرس التوزيعات الاحتمالية ذات القيم الموجبة، وسوف تعتمد في هذا البحث ثلاث طرائق لتقدير معلمتي الشكل والقياس، ومن ثم تؤخذ المقدرات ذات الاقل MSE لتحديد اصغر حجم عينة مطلوب في خطة معاينة لفحص المنتوج تحت شرط تحقق كل من مخاطرة المنتج والمستهلك، وسوف نتطرق الى هدف البحث وتعريف التوزيع $GR(\alpha, \beta)$ وطرائق تقديريه، ثم الاشارة الى اسلوب المحاكاة المعتمد في الحصول على افضل المقدرات، وفي اعداد خطة معاينة ضرورية لفحص المنتوج عند مستويات بتر مختلفة من توزيع رالي ذي المعلمتين.

الجانب النظري

تعرف الدالة الاحتمالية لتوزيع رالي العام ذي المعلمتين (α,β)، حيث ان β تمثل معلمة القياس Scale parameter، α تمثل معلمة الشكل Shape parameter بالدالة الاحتمالية ادناه:

$T \sim GR(\alpha, \beta)$

$$f(t,\alpha,\beta)=\begin{cases} 2\alpha\beta t e^{-\beta t^2}(1-e^{-\beta t^2})^{\alpha-1} & t \ge 0 \\ 0 & o/w \end{cases} \qquad .....(1)$$

والدالة الاحتمالية التراكمية c.d.f هي:

$$F(t,\alpha,\beta)=(1-e^{-\beta t^2})^{\alpha} \qquad t \ge 0 \qquad .....(2)$$

وكذلك تعرف دالة البقاء Survival function:

$$S(t,\alpha,\beta)=1-(1-e^{-\beta t^2})^{\alpha} \qquad t \ge 0 \qquad .....(3)$$

وتتميز دالة $GR(\alpha, \beta)$ بانها دالة متناقصة عندما ($\alpha \le 0.5$)، وهي ذات التواء لليمين، ولها منوال وحيد عندما ($\alpha > 0.5$).

اما دالة المخاطرة Hazard function فهي:

$$h(t,\alpha,\beta)=\frac{f(x,\alpha,\lambda)}{1-F(x,\alpha,\lambda)}=\frac{2\alpha\beta t e^{-\beta t^2}\left(1-e^{-\beta t^2}\right)^{\alpha-1}}{1-\left(1-e^{-\beta t^2}\right)^{\alpha}} \qquad .....(4)$$

طرائق تقدير معلمات توزيع رالي العام:

توجد العديد من طرائق التقدير لمعلمات توزيع رالي العام ذي المعلمتين $GR(\alpha, \beta)$، وسوف نتناول ثلاث منها وهي:

اولاً: طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood Method

لتكن $(T_1, T_2, ..., T_n)$ متغيرات عشوائية تتبع التوزيع الاحتمالي في المعادلة 1، فان دالة الامكان الاعظم ستكون:

$$L(t_1, t_2, ..., t_n, \alpha, \beta) = 2^n \alpha^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} t_i e^{-\beta \sum t_i^2} \prod_{i=1}^{n} \left(1 - e^{-\beta t_i^2}\right)^{\alpha - 1} \quad .....(5)$$

وباخذ اللوغاريتم الطبيعي، نحصل على:

$$LnL = n\left(Ln(2) + Ln(\alpha) + Ln(\beta)\right) + \sum_{i=1}^{n} Ln(t_i) - \beta \sum_{i=1}^{n} t_i^2 + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^{n} Ln(1 - e^{-\beta t_i^2}) \quad .....(6)$$

ومن ثم نشتق المعادلة 6 لكل من α , β على الترتيب نحصل على:

$$\frac{\partial LnL}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^{n} Ln(1 - e^{-\beta t_i^2}) \quad .....(7)$$

$$\frac{\partial LnL}{\partial \beta} = \frac{n}{\beta} - \sum_{i=1}^{n} t_i^2 + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^2 e^{-\beta t_i^2}}{\left(1 - e^{-\beta t_i^2}\right)} \quad .....(8)$$

وعند مساواة المعادلتين 7 و 8 مع الصفر نجد ان:

$$\hat{\alpha}_{MLE} = \frac{-n}{\sum_{i=1}^{n} Ln(1-e^{-\hat{\beta} t_i^2})} \qquad .....(9)$$

فاذا كانت $\hat{\beta}$ معلومة او ثابتة فان $\hat{\alpha}_{MLE}(\beta = known)$ نحصل عليها مباشرة من المعادلة 9 بعد توليد عينات ذات حجوم مختلفة من المتغير T_i.

ومن المعادلة 8 نحصل على معادلة غير خطية تتضمن $\hat{\beta}$ دالة من $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$، اي ان:

$$\hat{\beta}_{MLE} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2 - (\alpha - 1)\sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^2 e^{-\hat{\beta} t_i^2}}{(1-e^{-\hat{\beta} t_i^2})}} \qquad .....(10)$$

$$\hat{\beta}_{MLE} = g(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$$

وبالامكان استخدام طريقة نيوتن رافسن التكرارية للحصول على $\hat{\beta}_{MLE}$.

ثانياً: اسلوب الانحدار Regression Procedure

اقترحت هذه الطريقة اصلاً من قبل الباحثون Swain, Venkatraman and Wilson (1988)، لتقدير معلمات توزيع بيتـا، وبالامكان اعتمادها لتقدير معلمات التوزيعات الأخرى، وحسب ما يلي:

لنفرض لدينا عينة عشوائية $T_1, T_2, ..., T_n$ من توزيع معين G(.)، وان t_j هو الاحصاءات المرتبة لقيم العينة، وان:

$$E\left(G(t_j)\right) = \frac{j}{n+1} \; ; \quad Var\left(G(t_j)\right) = \frac{j(n-j+1)}{(n+1)^2(n+2)}$$

$$Cov\left(G(t_j), G(t_k)\right) = \frac{j(n-k+1)}{(n+1)^2(n+2)} \qquad for \; j < k$$

كما اشار اليها الباحث Kotz (1995)، وباستخدام التوقع والتباين يمكن الحصول على مقدري المربعات الصغرى الاعتيادية OLSE، وبعد ذلك نطبق طريقة العزوم الخطية L-Moment Estimators (LME).

وفيما يلي شرح لمقدرات المربعات الصغرى:

مقدرات توزيع $GR(\alpha, \beta)$ باستخدام المربعات الصغرى الاعتيادية LSE، نفرض ان مجموع مربعات الاخطاء هي:

$$T = \sum_{j=1}^{n}\left(G(T_j) - \frac{j}{n+1}\right)^2$$

$$T = \sum_{j=1}^{n}\left[\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)^{\alpha} - \frac{j}{n+1}\right]^2 \qquad \text{..... (11)}$$

وعند اشتقاق المعادلة 11 لكل من (α, β) نحصل على:

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = 2\sum_{j=1}^{n}\left[\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)^{\alpha} - \frac{j}{n+1}\right]\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)^{\alpha} Ln\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)$$

$$\text{..... (12)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} = 2\sum_{j=1}^{n}\left[\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)^{\alpha} - \frac{j}{n+1}\right]\alpha\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)^{\alpha-1} e^{-\beta t_j^2}\, t_j^2$$

ثم نساوي المشتقات مع الصفر:

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} = 2\alpha \sum_{j=1}^{n} t_j^2 e^{-\beta t_j^2} \left(1 - e^{-\beta t_j^2}\right)^{2\alpha - 1}$$

$$- 2\alpha \sum_{j=1}^{n} t_j^2 e^{-\beta t_j^2} \left(1 - e^{-\beta t_j^2}\right)^{\alpha - 1} \frac{j}{n+1} = 0 \qquad \ldots\ldots (13)$$

وتمثل المعادلات 12 و13 معادلات ضمنية غير خطية، يمكن حلها باستخدام اسلوب البحث المتعدد، حيث تولد قيم اولية حسب طريقة خاصة هي:

$$T = \frac{1}{\beta}\sqrt{-2Ln(1-U)} \qquad U \sim U[0, 1]$$

واذا كانت $U \sim Uniform(0, 1)$ فان $(1-U)$ هو ايضاً يتوزع توزيع منتظم، وعليه يمكن تبسيط معادلة التوليد الى:

$$T = \frac{1}{\beta}\sqrt{-2Ln(U)}$$

وتعتمد القيم المولدة في تقدير α في المعادلة 12 بافتراض قيم اولية الى β، وتستمر الخطوات التكرارية الى ان تتطابق النتائج في تكرارين اساسيين، ثم بعد ذلك تعتمد $\hat{\alpha}$ المقدرة من المعادلة 12 وكالآتي:

$$2\sum_{j=1}^{n} \left(1 - e^{-\beta t_j^2}\right)^{2\alpha} Ln\left(1 - e^{-\beta t_j^2}\right)$$

$$- 2\sum_{j=1}^{n} \frac{j}{n+1} \left(1 - e^{-\beta t_j^2}\right)^{\alpha} Ln\left(1 - e^{-\beta t_j^2}\right) = 0 \qquad \ldots\ldots (14)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)^{2\alpha} Ln\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)$$

$$=\sum_{j=1}^{n}\frac{j}{n+1}\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right)^{\alpha} Ln\left(1-e^{-\beta t_j^2}\right) \qquad \ldots..(15)$$

وهي معادلة ضمنية غير خطية بدلالة مقدرات المعلمتين $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$، ويمكن حلها باحدى طرائق التحليل العددي في تقدير $\hat{\alpha}$، وهكذا يتم الحصول على مقدري المربعات الصغرى لمعلمتي الشكل α ومعلمة القياس β للتوزيع رالي العام.

ثالثاً: طريقة المقدرات الخطية L-Moment Estimators (LME)

تعتمد هذه الطريقة في تقدير معلمتي الشكل والقياس لتوزيع رالي العام على التركيب الخطي من الاحصاءات المرتبة، وتسمى المقدرات الناتجة من هذه الطريقة بمقدرات العزوم الخطية L-Moment Estimator’s (LME’s) للمعلمات α، β وهي مشابهة لمقدرات العزوم الاعتيادية، ولكنها تعتمد في التقدير على تركيب خطي من الاحصاءات المرتبة تسمى (L-Statistics)، وتعتبر المقدرات LME’s اكثر حصانة من مقدرات MME، خاصة في حالة وجود القيم الشاذة في البيانات، وتكون دقيقة حتى في العينات الصغيرة مقارنة بمقدرات MLE’s.

فاذا كانت لدينا $(t_{(1)} < t_{(2)} < \ldots < t_{(n)})$ عينة من الاحصاءات المرتبة من التوزيع $f(t,\alpha,\beta)$، وان العزم الاول والثاني لهذه العينة L-Moments هما:

$$L_1=\frac{\sum_{i=1}^{n} t_{(i)}}{n}$$

$$L_2=\frac{2}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(i-1)t_{(i)}-L_1$$

$$\because F(t,\alpha,\beta)=1-\sum_{j=0}^{k}\frac{\left(\beta t^2\right)^j}{j!}e^{-\beta t^2} \qquad \ldots..(16)$$

حيث ان α عدد صحيح موجب يمثل معلمة الشكل، β معلمة القياس.

فان:

$$E(T^{i})=\left(\frac{1}{\beta}\right)^{(\frac{i}{2})}\frac{\left(k+1+\frac{i}{2}\right)^{(\frac{1}{2})}}{(k+1)^{(\frac{1}{2})}} \qquad \ldots..(17)$$

$$\therefore \mu=E(T)=m\left(\frac{1}{\beta}\right)^{(\frac{1}{2})}$$

حيث ان:

$$m=\frac{\Gamma\left(k+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma(k+1)} \qquad \ldots..(18)$$

وعندما نساوي عزم العينة الاول مع عزم المجتمع:

$$m_1=E(T)$$

$$\frac{\sum t_i}{n}=\frac{\Gamma\left(k+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma(k+1)}\times\frac{1}{\sqrt{\beta}}$$

$$\sqrt{\beta}\;\bar{t}=\frac{\Gamma\left(k+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(k+\frac{1}{2}\right)}$$

$$\therefore \hat{\beta} = \frac{1}{(\bar{t})^2} \times \left(\frac{\Gamma\left(k+\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(k+\frac{1}{2}\right)} \right)^2 \qquad \ldots\ldots (19)$$

ويمكن اعتبار مقدر العزوم الخطية هذا لمعلمة القياس كقيمة اولية تدخل في مقدري الامكان الاعظم، ومقدرات المربعات الصغرى للحصول على مقدر معدل لمعلمة الشكل α $(\hat{\alpha}_{modified})$، بعد ذلك يعتمد هذا $(\hat{\alpha}_{modified})$ للحصول على $(\hat{\beta}_{modified})$. وهكذا نكون قد توصلنا الى مقدري الامكان الاعظم وهما المقدرين في المعادلتين 9 و 10.

اما مقدري المربعات الصغرى فيمكن الحصول عليهما من المعادلات غير الخطية 14 و 15 والتي تحتاج الى حسابات تكرارية خاصة.

ولتسهيل عملية التقدير أرتأينا استخدام مقدر العزوم الخطية الناتج من المعادلة 19 لتقدير $\hat{\beta}$، ومن ثم تطبيقه في المعادلتين 9 للحصول على $(\hat{\alpha}_{MLE_2})$ وهو مقدر الامكان الاعظم المعدل (المطور)، وكذلك في المعادلة 10 للحصول على $(\hat{\beta}_{MLE_2})$ وهو ايضاً مقدر مطور لانه يتضمن $(\hat{\alpha}_{MLE_2})$ و $(\hat{\beta}_{MLE_2})$.

وتوجد العديد من طرائق التقدير ولكن لامجال لذكرها هنا، بل المهم في هذا البحث التوصل الى افضل المقدرات لمعلمتي الشكل والقياس لتوزيع رالي ذي المعلمتين، ومن ثم اعتماد هذه المقدرات في تصميم خطة معاينة لفحص النتوج، عندما يكون وقت الحياة المستغرق لحين حصول الفشل في الوحدات المنتجة متغير عشوائي يتبع توزيع $GR(\alpha, \beta)$، وهو من التوزيعات الشائعة في توزيعات الفشل وتحليلات المعولية، وكذلك تحليل البيانات ذات الالتواء.

وقد تم توليد بيانات حسب القاعدة:

$$t_i = \frac{1}{\beta}\sqrt{-2Ln(1-U_i)} \qquad U \sim U[0, 1]$$

او من القاعدة:

$$t_i = \frac{1}{\beta}\sqrt{-2Ln(U_i)}$$

يتضمن الجدول رقم (1) نتائج مقدرات معلمة الشكل α المختلفة عندما معلمة القياس معلومة (β=1)، ولحجوم عينات (n=10, 20, 30, 50, 100)، وقد كررت كل تجربة 1000 مرة، وكذلك يتضمن الجدول (1) قيم متوسط مربعات الخطأ MSE لتقدير α ووضعت داخل قوسين. اما الجدول رقم (2) يتضمن مقدرات β عندما α معلومة (α=3) وايضاً بالطرائق الثلاث، وقيم متوسط مربعات الخطأ MSE والتي توضع داخل قوسين.

يتضح من الجدول رقم (1)، ان مقدرات الامكان الاعظم المعدلة modified MLE تمتلك اصغر متوسط مربعات خطأ، تليها مقدرات الامكان الاعظم الاعتيادية ثم العزوم الخطية.

ومن الجدول رقم (2)، يتضح ايضاً ان مقدرات الامكان الاعظم المعدلة modified MLE للمعلمة β تمتلك اصغر متوسط مربعات خطأ مقارنة بالمقدرين MLE و LME.

جدول رقم (1) قيم α التقديرية وقيم MSE عندما (β=1)

n	Method	α				
		0.8	2	2.5	3	3.5
10	MLE	1.109	1.116	1.114	1.112	1.115
		(0.168)	(0.175)	(0.171)	(0.171)	(0.171)
	LME	1.096	1.079	1.091	1.093	1.093
		(0.829)	(0.425)	(0.371)	(0.371)	(0.318)
	Modified MLE	0.955	0.928	0.921	1.089	0.928
		(0.230)	(0.129)	(0.228)	(0.203)	(0.129)
20	MLE	1.056	1.049	1.052	1.052	1.050
		(0.064)	(0.062)	(0.063)	(0.064)	(0.062)
	LME	1.027	1.037	1.036	1.037	1.040
		(0.329)	(0.179)	(0.141)	(0.120)	(0.012)
	Modified MLE	0.929	0.923	0.929	0.923	0.923
		(0.063)	(0.061)	(0.062)	(0.061)	(0.061)

30	MLE	1.030	1.035	1.037	1.020	1.020
		(0.038)	(0.040)	(0.040)	(0.023)	(0.023)
	LME	1.028	1.024	1.021	1.014	1.014
		(0.220)	(0.109)	(0.093)	(0.051)	(0.043)
	Modified MLE	0.930	0.935	0.932	0.944	1.002
		(0.042)	(0.042)	(0.041)	(0.026)	(0.041)
50	MLE	1.020	1.020	1.020	1.020	1.020
		(0.022)	(0.022)	(0.023)	(0.023)	(0.022)
	LME	1.012	1.016	1.014	1.014	1.016
		(0.125)	(0.026)	(0.051)	(0.043)	(0.042)
	Modified MLE	1.014	1.012	0.944	0.946	0.946
		(0.029)	(0.028)	(0.026)	(0.025)	(0.026)
100	MLE	1.008	1.009	1.009	1.009	1.010
		(0.010)	(0.011)	(0.010)	(0.012)	(0.010)
	LME	1.008	1.009	1.007	1.009	1.007
		(0.060)	(0.031)	(0.025)	(0.021)	(0.021)
	Modified MLE	0.960	0.961	0.962	0.961	0.961
		(0.013)	(0.013)	(0.013)	(0.014)	(0.013)

جدول رقم (2) قيم β التقديرية وقيم MSE عندما (α=3)

n	**Method**	β				
		1.0	**2.0**	**2.5**	**3.0**	**3.5**
10	MLE	1.142	1.180	1.237	1.338	1.356
		(0.153)	(0.235)	(0.436)	(0.857)	(0.907)
	LME	1.602	1.396	1.383	1.455	1.565
		(0.990)	(0.679)	(0.571)	(1.520)	(0.466)
	Modified MLE	1.192	1.043	1.019	1.601	1.016
		(0.670)	(0.416)	(0.420)	(0.508)	(0.637)

20	MLE	1.108	1.084	1.100	1.129	1.145
		(0.102)	(0.075)	(0.100)	(0.146)	(0.178)
	LME	1.456	1.218	1.191	1.197	1.213
		(0.644)	(0.245)	(0.242)	(0.293)	(0.357)
	Modified MLE	1.113	0.969	0.957	0.955	0.952
		(0.464)	(0.206)	(0.181)	(0.190)	(0.190)
30	MLE	1.063	1.048	1.054	1.077	1.082
		(0.053)	(0.035)	(0.045)	(0.068)	(0.077)
	LME	1.305	1.134	1.116	1.123	1.125
		(0.354)	(0.131)	(0.117)	(0.145)	(0.157)
	Modified MLE	1.029	0.949	0.955	0.946	0.944
		(0.068)	(0.136)	(0.115)	(0.111)	(0.113)
50	MLE	1.039	1.048	1.077	1.082	1.045
		(0.028)	(0.045)	(0.068)	(0.077)	(0.178)
	LME	1.203	1.112	1.123	1.125	1.013
		(0.199)	(0.117)	(0.145)	(0.157)	(0.037)
	Modified MLE	1.920	1.030	1.023	0.944	0.953
		(0.079)	(0.062)	(0.075)	(0.113)	(0.025)
100	MLE	1.016	1.023	1.027	1.030	1.038
		(0.012)	(0.016)	(0.030)	(0.027)	(0.030)
	LME	1.107	1.065	1.056	1.068	1.061
		(0.090)	(0.060)	(0.053)	(0.062)	(0.066)
	Modified MLE	1.023	0.948	1.070	1.090	0.954
		(0.018)	(0.018)	(0.023)	(0.334)	(0.061)

ثم تعتمد المقدرات التي تمتلك اصغر MSE، وتطبق في المعادلة 16 لحساب $F(t,\alpha,\beta)$ ، وتمثل قيمة $P = F(t,\hat{\alpha},\hat{\beta})$ والتي سوف تعتمد في تصميم خطط عينات القبول من خلال المعادلة 20 التالية:

$$Pr(P) = Pr(X \le c) = \sum_{i=0}^{n} \subset_i^n P^i (1-P)^{n-i} \le 1 - p^* \qquad \text{.....(20)}$$

ولمستويات البتر المختلفة عندما:

$$\beta t^2 = 0.75,\ 0.886,\ 1.5,\ 2.5,\ 3.0$$

ويلخص الجدول (3) خطط عينات القبول المختلفة المناظرة لمستويات بتر مختلفة من توزيع رالي، حيث يتضمن الجدول اصغر قيمة لـ n تحقق المعادلة 20 ولمستويات بتر مختلفة وعندما تكون قيمة $(\hat{\alpha} = 2)$.

ونقرأ من الجدول رقم (3) خطط المعاينة المباشرة التي تعتمد على قيم $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ المستحصلة من طريقة الامكان الاعظم المعدلة وعندما $(\hat{\alpha} = 2)$ خطط عينات القبول المختلفة، فمثلاً لمستوى البتر 0.886 وعندما $(P^* = 0.95)$ و $(\hat{\alpha} = 2)$ نجد ان الخطط هي:

(0, 3), (1, 8), …, (7, 30)

وتعني الخطة (7, 30) مثلاً سحب عينة من الانتاج وفحصها، فاذا كان عدد الوحدات المعيبة قبل مرور الزمن 0.886 اقل من 7 وحدات تقبل العينة ومن ثم تقبل الدفعة، اما اذا كان عدد الوحدات اكبر من 7 ترفض العينة ثم ترفض الدفعة.

جدول رقم (3) خطة المعاينة لـ n ولمستويات بتر مختلفة عندما $(\hat{\alpha} = 2)$

P^*	c	مستويات البتر βt^2				
		0.75	0.886	1.5	2.5	3.0
0.90	0	5	3	2	7	8
	1	7	8	5	9	12
	2	10	11	9	13	16
	3	12	16	11	15	20
	4	15	17	18	18	22
	5	17	22	20	25	24
	6	20	24	24	35	28
	7	22	30	36		

	0	4	3	3	5	2
	1	9	8	8	7	6
	2	11	11	12	11	9
	3	14	16	17	16	12
	4	15	20	22	23	15
0.95	5	17	25	26	26	18
	6	19	27	28	29	23
	7	22	30	32	30	37
	0	2	4	5	6	7
	1	4	7	8	7	8
	2	6	9	16	15	10
	3	8	11	21	18	12
	4	12	17	23	20	18
0.99	5	15	19	27	25	20
	6	17	22	30	29	25
	7	22	26	42	47	43
	8	33	35			

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات

1- تطلب تقدير المعلمات α، β لتوزيع رالي ذي المعلمتين بطريقه الامكان الاعظم والعزوم الخطية والامكان الاعظم المعدلة، حساب تكرارات مطولة لحل المعادلات غير الخطية، ووجد ان المقدرات التي تمتلك اصغر متوسط مربعات خطأ هي مقدرات الامكان الاعظم المعدلة ولجميع حجوم العينات مقارنة بمقدرات الامكان الاعظم والعزوم الخطية.

2- اتضح ان مقدرات الامكان الاعظم المعدلة Modified MLE هي الافضل عندما $(\alpha = 2)$ ولحجوم العينات (n=50, 100)، لذلك اعتمدت هذه المقدرات في تصميم جدول لخطط عينات القبول عندما يكون الزمن المستغرق في الفحص متغير عشوائي يتبع توزيع رالي ذي المعلمتين جدولت قيم (n, c) في الجدول (3) لمستويات بتر مختلفة وقيم $(P^* = 0.90, 0.95, 0.99)$.

التوصيات

1- نوصي باعتماد طرائق اخرى لتقدير المعلمات α، β لتوزيع رالي ذي المعلمتين مثل مقدرات العزوم الاعتيادية MME ومقدرات بيز.

2- نوصي بتوسيع نطاق خطط المعاينة المفردة الى خطط معاينة مزدوجة بما يضمن ذلك مراقبة للمنتوج سيما وان خطط المعاينة تعتبر الاداة الاساسية في السيطرة النوعية الاحصائية.

3- نوصي باعتماد توزيعات اخرى لوقت الفحص المستغرق لحين حصول الفشل.

References

1. Aslam, M. & Kantam, R. R. L. (2008). “Economic Acceptance Sampling Based on Truncated Life Tests in the Birnbaum-Saunders Distribution”; Pakistan Journal of Statistics, 24(4), 269-276.
2. Baklizi, A. (2003). "Acceptance Sampling Based on Truncated Life Tests in the Pareto Distribution of the Second Kind”; Advances and Applications in Statistics, (3) (1), 33-48.
3. Kundu, D. & Raqab, M. Z. (2005). "Generalized Rayleigh Distribution Different Methods of Estimation”; Computational Statistics and Data Analysis, 49, 187-200.
4. Lawless, J. F. (1982). “Statistical Models and Methods for Life Time Data”; John Wiley & Sons, New York.
5. Rosaiah, K., Kantam, R. R. L. and Santosh Kumar, Ch. (2007). “Reliability of Test Plans for Exponentialed log-Logistic Distribution”; Economic Quality Control, 21(2), 165-175.

Design Single Sampling plans when the life times of test items follow generalized Rayleigh distribution with two parameters

Muntaha K. Abbas

Technical College of Management/ Baghdad

Abstract

In this paper, reliability sampling plans for truncated life test are developed when the life times of test items follow generalized Rayleigh distribution with two parameters (α, β). The proposed sampling plan can save the test time in practical situations. The parameters of $GR(\alpha, \beta)$ are estimated by three methods, which are (MLE, L-Moments, Modified MLE) through simulation programs, and then an algorithm is provided to establish the sampling plans that satisfy the consumer's and producer's risk.

Keywords: Consumer Risk, Generalized Rayleigh Distribution, MLE, L-Moments, Modified MLE.